

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

RAPPORT DE MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE AÉROSPATIAL
M. Ing.

PAR
Samia CHAHBANI

ESTIMATION DES MASSES, DES CENTRES DE GRAVITÉ AINSI QUE DES
MOMENTS D'INERTIE DE L'AVION CESSNA CITATION X

MONTREAL, LE 18/02/2015



Samia Chahbani, 2015



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire
Gestion de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Henri Champlaud, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Rachid Aissaoui, membre du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 27/01/2015

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Mes plus vifs remerciements vont en la personne de Mme Ruxandra BOTEZ qui m'a encouragée, soutenue et grâce à ses précieux conseils et sa générosité de m'accorder tout le temps nécessaire pour me guider, orienter et diriger mon travail. De ce fait, toute ma reconnaissance et gratitude ne sauront combler le respect que je vous voue.

Je suis également reconnaissante à mes chers amis Mahfoud KHALFA et Antoine MASSAAD pour leurs soutiens et leurs encouragements.

Je désire aussi remercier tous les étudiants et collègues du laboratoire de recherche en commande active, avionique et en aéro-servoélasticité LARCASE, et surtout aux étudiants Ahmed SASSI, Clément HAMEL, Dumitru POPESCU et Clément DARTIGUES.

ESTIMATION DES MASSES, DES CENTRES DE GRAVITÉS AINSI QUE DES MOMENTS D'INERTIES DE L'AVION CESSNA CITATION X

Samia CHAHBANI

RÉSUMÉ

Les masses, les centres de gravité ainsi que les moments d'inertie sont des paramètres principaux dans les trois phases de la conception de l'aéronef. Ils sont d'une extrême importance dans l'étude de la stabilité et du bon fonctionnement de l'avion en utilisant les procédés de la modélisation et de la simulation. Malheureusement, ces données ne sont pas toujours accessibles à cause de la confidentialité des données dans le domaine de l'aéronautique. Une question vient alors naturellement : comment faire pour estimer les masses, le centre de gravité ainsi que les moments d'inerties de l'aéronef en se basant uniquement sur sa géométrie ? Dans ce contexte, dans lequel s'inscrivent les travaux de ce mémoire, sont utilisées les méthodes et les équations données par RAYMER pour l'estimation des masses. Des procédures basées sur les techniques de mécanique des ingénieurs sont employées pour la détermination des centres de gravité et ensuite, les équations données par le procédé DATCOM sont servis pour l'obtention des moments d'inertie. Enfin nous clôturons ce travail par une validation du modèle avec des résultats obtenus à l'aide du simulateur de vol de LARCASE correspondant à l'avion Cessna Citation X qui est l'objet de notre travail de recherche. Nous concluons par une représentation d'un modèle analytique pour l'estimation des masses, des centres de gravité et des moments d'inertie à appliquer pour tout avion commercial.

Mots-clés : estimation, masse, centre de gravité, moment d'inertie, avion Cessna Citation X, RAYMER, DATCOM, simulateur de vol.

ESTIMATION OF WEIGHTS, OF CENTERS OF GRAVITY AND MOMENTS OF INERTIA OF CESSNA CITATION X AIRCRAFT

Samia CHAHBANI

ABSTRACT

The masses, centers of gravity and moments of inertia are the main parameters in the three phases of the design of the aircraft. They are of extreme importance in the studies of the stability and proper functioning of the aircraft by modeling and simulation methods. Unfortunately, these data are not always available given the confidentiality of aerospace field. A question arises naturally: How to estimate the mass, center of gravity and moments of inertia of an aircraft based on only its geometry? In this context in which this thesis is realized, the masses are estimated by *Raymer's* methods. The aircraft described in procedures based on mechanical techniques engineers are used for determining the centers of gravity. The DATCOM is applied for obtaining moments of inertia. Finally, the results obtained are validated by using the flight simulator at the LARCASE corresponding to Cessna Citation X. we conclude with a representation of an analytical model that sum up the different step to follow up for estimating masses, centers of gravity and moments of inertia for any commercial aircraft.

Keywords: estimation, weights, center of gravity, moment of inertia, aircraft Cessna Citation X, RAYMER, DATCOM, flight simulator.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1.1 Procédure Raymer.....	3
1.2 Procédure de DATCOM	4
1.3 Objet de l'étude et matériel de validation	6
1.3.1 Avion Cessna Citation X	6
1.3.1.1 Caractéristiques générales (« Cessna Citation X », 2014a)	6
1.3.1.2 Performance (« Cessna Citation X », 2014a).....	7
1.3.2 Le simulateur de vol de recherche pour le Cessna Citation X.....	7
CHAPITRE 2 METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES MASSES POUR LE CAS DE L'AVION CESSNA CITATION X.....	11
2.1 Estimation de la masse.....	11
2.1.1 Introduction.....	11
2.1.2 Les étapes d'estimation de la masse de l'avion Cessna Citation X	11
2.1.3 Estimation des masses de différentes composantes de l'avion Cessna Citation X	12
2.1.3.1 La masse de l'aile.....	13
2.1.3.2 La masse d'empennage horizontal.....	15
2.1.3.3 La masse d'empennage vertical	16
2.1.3.4 La masse du fuselage	16
2.1.3.5 La masse du train d'atterrissage principal	18
2.1.3.6 La masse du train d'atterrissage avant	19
2.1.3.7 La masse totale de moteur.....	19
2.1.3.8 La masse du système de fuel.....	20
2.1.3.9 La masse des systèmes des commandes de vol	21
2.1.3.10 La masse des systèmes hydrauliques	22
2.1.3.11 La masse du système avionique.....	23
2.1.3.12 La masse du système d'air de conditionnement et dégivrage....	23
2.1.3.13 La masse du système électrique.....	25
2.1.3.14 La masse des équipements	25
2.1.4 Estimation des masses des sept sections majeures de l'avion Cessna Citation X	26
2.1.4.1 Masse de la section de l'aile	26
2.1.4.2 Masse de la section de fuselage	26
2.1.4.3 Masse de la section d'empennage horizontal.....	27
2.1.4.4 Masse de la section d'empennage vertical.....	27
2.1.4.5 Masse de la section de nacelle et moteur	27
2.1.4.6 Masse de la section de fuel central	28
2.1.4.7 Masse de la section de fuel de l'aile	28

CHAPITRE 3	METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES CENTRES DE GRAVITÉ DE L'AÉRONEF CESSNA CITATION X	31
3.1	Les étapes d'estimation du centre de gravité	31
3.2	Numérisation avec Engauge Digitizer	35
3.3	Coupe latérale	41
3.3.1	L'aile	42
3.3.2	Nacelle-moteur.....	43
3.3.3	Fuselage	44
3.3.4	Empennage horizontal	45
3.3.5	Empennage vertical.....	46
3.3.6	Fuel central et fuel de l'aile	47
3.4	Coupe longitudinale	49
3.4.1	Aile.....	50
3.4.2	Fuselage	50
3.4.3	Nacelle-moteur.....	52
3.4.4	Empennage horizontal	52
3.4.5	Empennage vertical.....	53
3.4.6	Fuel central et fuel de l'aile	54
CHAPITRE 4	METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES MOMENTS D'INERTIE DE L'AÉRONEF CESSNA CITATION X	57
4.1	Introduction.....	57
4.2	Les étapes d'estimation des moments d'inerties de l'avion Cessna Citation X par la procédure DATCOM	57
4.2.1	Division de l'avion Cessna Citation X en plusieurs sections majeures	60
4.2.2	Choix de trois axes des mouvements	60
4.2.3	Estimation des masses et des centres de gravité des sections majeures ...	63
4.2.4	Détermination de I_0 pour les sections majeures	67
4.2.4.1	L'aile	68
4.2.4.2	Le fuselage	73
4.2.4.3	L'empennage horizontal	80
4.2.4.4	L'empennage vertical.....	83
4.2.4.5	Nacelle et moteur	86
4.2.5	Le moment d'inertie I_0 de variables et des consommables.....	88
4.2.6	Le moment d'inertie total de l'avion	94
CHAPITRE 5	MODELE D'ESTIMATION DE MOMENT D'INERTIE D'UN AÉRONEF PAR LA PROCÉDURE DATCOM.....	99
5.1	Introduction.....	99
5.2	Bilan des hypothèses.....	99
5.3	L'organigramme	101
5.4	Le choix des axes	102
5.5	Division de l'avion Cessna Citation X en plusieurs sections majeures	102
5.6	Calcul des masses des éléments.....	102

5.6.1	Les paramètres à déterminer pour les calculs des masses des éléments	103
5.6.2	Les équations à calculer (Raymer, 2006).....	104
5.7	Calcul des masses des diverses sections majeures.....	106
5.8	Estimation des centres de gravité.....	107
5.8.1	Les paramètres à déterminer	107
5.8.2	Les équations à utiliser pour la détermination des centres de gravité.....	108
5.9	Estimation des moments d'inerties I_0 des sections majeures.....	109
5.9.1	Les paramètres à déterminer	109
5.9.2	Les équations à utiliser.....	110
5.9.2.1	Aile (Finck, R. D., 1978)	110
5.9.2.2	Fuselage (Finck, R. D., 1978).....	111
5.9.2.3	Empennage horizontal (Finck, R. D., 1978)	112
5.9.2.4	Empennage vertical (Finck, R. D., 1978)	112
5.9.2.5	Nacelle et moteur (Finck, R. D., 1978).....	113
5.10	Estimation de moments d'inertie I_0 des variables et des consommables (Finck, R. D., 1978)	114
5.10.1	Moment d'inertie de carburant.....	114
5.10.2	Moment d'inertie de cargo.....	114
5.11	Estimation de moments d'inertie I_0 total de l'avion (Finck, R. D., 1978).....	115
CHAPITRE 6 RESULTATS ET INTERPRETATIONS.....		119
6.1	Introduction.....	119
6.2	Validation du calcul de la masse de l'avion.....	119
6.3	Validation d'estimation de centre de gravité	120
6.4	Validation d'estimation de la composante X (=FS) du centre de gravité	123
6.5	Validation des composantes Y et Z du centre de gravité : Y_{cg} , Z_{cg}	125
6.6	Validation d'estimation des moments d'inertie	127
CONCLUSION		129
ANNEXE I	LES COORDONNÉES DES POINTS D'EXTRIMETÉS DES POLYGONES FORMANT LES SECTIONS MAJEURES	131
ANNEXE II	CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DE L'AILE ET LE FACTEUR K.....	137
ANNEXE III	CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE TANGAGE DU FUSELAGE ET LE FACTEUR K	139
ANNEXE IV	CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU FUSELAGE ET LE FACTEUR K	141
ANNEXE V	LE FACTEUR K DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU STABILISATEUR HORIZONTAL.....	143

ANNEXE VI	LE FACTEUR K DE MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU STABILISATEUR VERTICAL.....	145
ANNEXE VII	LES VARIATIONS DES POSITIONS DE CENTRE DE GRAVITÉ DE L'AVION CESSNA CITATION X EN FONCTION DE VARIATION DE MASSE DU À LA CONSOMMATION DU CARBURANT	147
ANNEXE VIII	VALIDATION PAR LE SIMULATEUR DES DIFFERENTES POSITIONS Y ET Z DE CENTRE DE GRAVITÉ DE L'AVION CESSNA CITATION X	149
ANNEXE IX	MOMENTS D'INERTIES CALCULÉS PAR DATCOM ET LEURS VALIDATIONS AVEC LE SIMULATEUR DE LARCASE	151
	LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	155
	BIBLIOGRAPHIE.....	157

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1	Facteurs d'ajustement des poids donnés par Raymer3
Tableau 4.1	Résumé des paramètres nécessaires pour le calcul des moments d'inertie67
Tableau 4.2	Synthèse des paramètres à déterminer pour l'estimation de moments d'inertie97
Tableau 5.1	Les variables à déterminer par élément pour le calcul de sa masse.....103
Tableau 5.2	Répartition des éléments par section.....106
Tableau 5.3	Les variables à déterminer pour l'estimation des centres de gravités.....107
Tableau 5.4	Les variables du calcul des moments d'inertie109
Tableau 5.5	Synthèse de tous les paramètres à déterminer pour l'estimation de moments d'inerties.....117
Tableau 6.1	Estimation du poids pour les sections.....120
Tableau 6.2	Résultats obtenus pour l'estimation des centres de gravité de l'aéronef122

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Cessna Citation X en phase d'atterrissage.....	7
Figure 1.2 Simulateur de vol de Cessna Citation X	8
Figure 2.1 Les étapes d'estimation de la masse de l'avion Cessna Citation X	12
Figure 2.2 Schéma explicatif pour la détermination de L_t	18
Figure 2.3 Les trois réservoirs de l'avion Cessna Citation X.....	20
Figure 3.1 Étapes d'estimation du centre de gravité	32
Figure 3.2 importation de l'image à numériser	36
Figure 3.3 Définition de trois points constituant le repère de numérisation	37
Figure 3.4 Définition du premier point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)	37
Figure 3.5 Définition du deuxième point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)	38
Figure 3.6 Définition du troisième point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)	38
Figure 3.7 Sélection manuelle des points à récupérer adapté de (CAE Inc., 2012)	39
Figure 3.8 Exportation des points sélectionnés adapté de (CAE Inc., 2012)	40
Figure 3.9 Exemple du fichier exporté sous forme .csv	40
Figure 3.10 Plan latéral de Cessna Citation X adapté de (CAE Inc., 2012).....	41
Figure 3.11 Décomposition de l'aile en deux polygones	43
Figure 3.12 Décomposition de section Nacelle-moteur en éléments simples.....	44
Figure 3.13 Décomposition de coupe latérale du fuselage en polygones	45
Figure 3.14 Simulation de coupe latérale d'empennage horizontal en un trapèze.....	46
Figure 3.15 Décomposition de la coupe latérale d'empennage vertical.....	47

XVIII

Figure 3.16	Décomposition en éléments simples du réservoir du fuel central.....	48
Figure 3.17	La coupe longitudinale de l'avion Cessna Citation X	49
Figure 3.18	La coupe longitudinale de la section de l'aile de Cessna Citation X.....	50
Figure 3.19	La division de la coupe longitudinale de section du fuselage.....	51
Figure 3.20	La coupe longitudinale de section de nacelle-moteur.....	52
Figure 3.21	La coupe longitudinale d'empennage horizontal.....	53
Figure 3.22	La coupe longitudinale d'empennage vertical	54
Figure 3.23	Vue de face pour le fuel de l'aile.....	55
Figure 4.1	Diagramme de procédure DATCOM.....	59
Figure 4.2	Le repère de constructeur (FS, BL, WL) (CAE Inc., 2005).....	61
Figure 4.3	Définition du nouveau repère du calcul	63
Figure 4.4	Différentes formes d'ailes d'un avion adapté de (Finck, R. D., 1978).....	68
Figure 4.5	Forme d'aile de l'avion.....	69
Figure 4.6	Représentation de différents paramètres nécessaires pour l'estimation des moments d'inerties de l'aile de l'avion Cessna Citation X	71
Figure 4.7	Facteur K et les corrélations de moment.....	72
Figure 4.8	Vue de coté de l'aéronef Cessna Citation X	74
Figure 4.9	Abaque représentant le facteur de corrélation K_2	74
Figure 4.10	Vue de dessus de l'avion Cessna Citation X :	75
Figure 4.11	Vue de coté de l'avion Cessna Citation X :	76
Figure 4.12	Vue de face de l'avion Cessna Citation X	77
Figure 4.13	Abaque de facteur de corrélation K_3 de	79
Figure 4.14	Représentation des différents paramètres d'empennage.....	80
Figure 4.15	Abaque de facteur K_4 de corrélation de	82
Figure 4.16	Représentation des paramètres géométriques	84

Figure 4.17	Abaque du facteur de corrélation K_5 de moment	85
Figure 4.18	Représentation des divers paramètres de nacelle et.....	86
Figure 4.19	Les trois réservoirs de l'aéronef Cessna Citation X.....	89
Figure 4.20	Représentation du modèle de cargo	92
Figure 4.21	Représentation de la distribution du cargo.....	92
Figure 4.22	Représentation de la distribution de la masse du cargo	93
Figure 4.23	Croquis représentatif d'un corps.....	95
Figure 5.1	Organigramme représentant le modèle d'estimation du moment d'inertie	101
Figure 6.1	Les diverses sections de l'avion Cessna Citation X : les positions de ses	121
Figure 6.2	Les diverses sections de l'avion Cessna Citation X.....	122
Figure 6.3	Représentation des différentes positions du centre de gravité global	124
Figure 6.4	Courbes représentatives des variations des composantes Y et Z des positions	126
Figure 6.5	Courbes représentatives des variations des moments d'inertie.....	128

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

LARCASE	Laboratoire de Recherche en Commande Active, Avionique et AéroServoElasticité
DATCOM	USAF Stability and Control DATCOM (Data Compendium)
APU	Auxiliary Power Unit
PTU	Power Transfer Unit
FGC	Flight Guidance Computer
CC	Courant Continue
EICAS	Engine Indicating & Crew Alerting System
CAE Inc.	Est un leader mondial en modélisation, simulation et formation pour l'aviation civil et de la défense.
CAR	Canadian Aviation Regulations
FAA	Federal Aviation Administration
EASA	European Aviation Safety Agency
HIRF	Des rayonnements à haute tension
CTS-Plus	Outil de programmation utilisé pour tester et mis au point des logiciels en temps réel (utilisé par CAE Inc.)
IPT	Logiciel intégré dans le simulateur
FS	Fuselage Station
BL	Butt Line
WL	Water Line

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

S_w	Surface trapézoïdale de l'aile
W_{fw}	La masse de fuel dans l'aile
A	L'allongement (<i>aspect ratio</i>)
q	La pression dynamique en croisière (<i>dynamic pressure at cruise</i>)
M	Le nombre du Mach
T	Température à la hauteur de croisière
λ	Le ratio de conicité (<i>taper ratio</i>)
Λ	Angle de flèche de l'aile (<i>wing sweep</i>)
N_z	Le facteur de charge extrême (<i>Ultimate load factor</i>)
t/c	Le rapport d'épaisseur (<i>thickness</i>)
R	La constante du gaz parfait
ρ	La densité de l'air
γ	La constante de l'air
W_{dg}	Flight design gross weight
W_{wing}	Masse de l'aile
W_{ht}	Masse d'empennage horizontal
S_{ht}	La surface trapézoïdale d'empennage horizontal
Λ_{ht}	Angle de flèche d'empennage horizontal (<i>tail sweep</i>)
λ_{ht}	Le ratio de conicité (<i>taper ratio of tail</i>)
S_{hv}	La surface trapézoïdale d'empennage vertical (<i>vertical tail area</i>)
Λ_{hv}	Angle de flèche d'empennage vertical (<i>tail sweep</i>)

λ_{hv}	Le ratio de conicité (<i>taper ratio of tail</i>)
H_t	La hauteur d'empennage horizontal à partir du fuselage (<i>horizontal tail height above fuselage</i>)
H_v	La hauteur d'empennage vertical à partir du fuselage (<i>vertical tail height above fuselage</i>)
N_l	<i>maximum load</i>
W_l	<i>Landing design gross weight</i>
L_m	La longueur de l'extension du train d'atterrissage principal
N_{gear}	Le nombre du train d'atterrissage
$W_{m-landg-gear}$	La masse du train d'atterrissage principal
L_n	La longueur de l'extension du train d'atterrissage avant (nez)
$W_{n-landg-gear}$	La masse du train d'atterrissage avant
W_{en}	La masse du moteur
N_{en}	Le nombre de moteur installé sur l'avion
$W_{installed-engine-total}$	La masse de l'installation totale du moteur
V_i	Le volume intégral des réservoirs (<i>integral tanks volume</i>)
V_t	Le volume total du carburant (<i>total fuel volume</i>)
N_t	Le nombre de réservoirs (<i>number of fuel tanks</i>)
N_{en}	Le nombre de moteurs (<i>number of engine</i>)
$W_{fuel-system}$	La masse du système du fuel
N_z	Le facteur ultime de charge (<i>ultimate load factor</i>)
L	La longueur de structure du fuselage sans considérer les deux bouts (<i>fuselage structural length</i>)
B_w	L'envergure de l'aile (<i>wing span</i>)

$W_{flight-controls}$	La masse des systèmes de contrôle de vol (<i>flight controls</i>)
K_h	Est égal 0.12 dans le régime subsonique à haute vitesse en utilisant les contrôles de vol hydrauliques (for high subsonic with hydraulic <i>flight controls</i>)
$W_{hydrolis}$	La masse des systèmes hydrauliques
$W_{avionics}$	La masse des systèmes avioniques (<i>avionics weight</i>)
W_{uav}	La masse des instruments d'avioniques non installées (<i>uninstalled avionics weight</i>)
N_p	Le nombre de personnes au bord de l'avion (<i>number of person onboard</i>)
$W_{air-cond-anti-ice}$	La masse d'air conditionné et anti glace
$W_{electrical}$	La masse du système électrique
$W_{furnishing}$	La masse du système électrique
$W_{central-fuel}$	La masse de la quantité de fuel dans le réservoir central
$W_{usable-central-fuel}$	La masse de la quantité de fuel utilisable du réservoir central
$W_{unsable-central-fuel}$	La masse de la quantité de fuel inutilisable du réservoir central
$W_{wing-fuel}$	La masse de la quantité de fuel dans le réservoir de l'aile
$W_{usable-wing-fuel}$	La masse de la quantité de fuel utilisable du réservoir de l'aile
$W_{unsable-wing-fuel}$	La masse de la quantité de fuel inutilisable du réservoir de l'aile
x_{cg}	L'ordonnée selon l'axe X du centre de gravité des polygones simples
y_{cg}	L'ordonnée selon l'axe Y du centre de gravité des polygones simples
z_{cg}	L'ordonnée selon l'axe Z du centre de gravité des polygones simples
x_i	L'ordonnée selon l'axe X de l'extrémité i des polygones simples

y_i	L'ordonnée selon l'axe Y de l'extrémité i des polygones simples
z_i	L'ordonnée selon l'axe Z de l'extrémité i des polygones simples
A_i	L'air de la section (la surface)
M_i	La masse de la section i
X_{cg}	L'ordonnée selon l'axe X du centre de gravité de la section
Y_{cg}	L'ordonnée selon l'axe Y du centre de gravité de la section
Z_{cg}	L'ordonnée selon l'axe Z du centre de gravité de la section
X_{CG}	L'ordonnée selon l'axe X du centre de gravité de l'avion
Y_{CG}	L'ordonnée selon l'axe Y du centre de gravité de l'avion
Z_{CG}	L'ordonnée selon l'axe Z du centre de gravité de l'avion
FS	L'axe longitudinal (<i>fuselage station</i>)
BL	L'axe lateral (<i>Butt Line</i>)
WL	l'axe vertical (<i>Watter Line</i>)
I_0	Moment d'inertie p/p au centre de gravité
I_{ox}	Moment d'inertie p/p à l'axe X : moment de roulis
I_{oy}	Moment d'inertie p/p à l'axe Y : moment de tangage
I_{oz}	Moment d'inertie p/p à l'axe Z : moment de lacet
C_r	La corde à l'emplanture (jonction entre l'aile et fuselage)
C_t	La corde au saumon (corde à la pointe)
λ_ω	L'angle de flèche au niveau du bord d'attaque de l'aile
W_w	Masse de la section de l'aile
W_f	Masse de la section de fuselage
W_{fs}	Masse de la structure de fuselage

W_{sh}	Masse d'empennage horizontal
W_{sv}	Masse d'empennage vertical
W_p	Masse du moteur et nacelle
W_{ft}	Masse totale du fuel
y_w	Coordonnée selon l'axe Y du centre de gravité de demi-aile
X_f	L'emplacement longitudinal du centre de gravité du fuselage p/p au nez de l'avion
l_B	Longueur du fuselage (<i>length of fuselage</i>)
$S_{exposée}$	La surface total exposée
S_{wet}	La surface mouillée de l'aéronef
S_s	La surface mouillée du fuselage
A_{top}	La surface de dessus du fuselage
A_{side}	La surface de côté du fuselage
d	Le diamètre moyen maximal du fuselage
ϕ_{max}	Le diamètre maximum du fuselage
l_{max}	Le largeur maximum du fuselage
C_{rh}	La corde à l'emplanture (jonction entre empennage horizontal et vertical)
C_{th}	La corde au saumon (corde à la pointe d'empennage horizontal)
λ_h	L'angle de flèche au niveau du bord d'attaque d'empennage horizontal
y_h	Coordonnée selon l'axe Y du centre de gravité de demi-empennage horizontal
C_{rv}	La corde à l'emplanture (jonction entre empennage vertical et fuselage)

XXVIII

C_{tv}	La corde au saumon (corde à la pointe d'empennage vertical)
λ_v	L'angle de flèche au niveau du bord d'attaque d'empennage vertical
b_v	L'envergure d'empennage vertical
y_v	Coordonnée selon l'axe Y du centre de gravité d'empennage vertical
Z_v	Coordonnée selon l'axe Z du centre de gravité d'empennage vertical
d_e	Le diamètre maximum moyen du moteur (<i>average maximum diameter of engine</i>)
l_e	La longueur du moteur entier (<i>length of engine including propeller (if applicable)</i>)
l_p	La longueur de la structure de nacelle (<i>length of nacelle structure</i>)
W_e	La masse de moteur ainsi que les hélices (<i>weight of engine and propeller</i>)
W_p	La masse de la section de nacelle et de moteur (<i>weight of power plant section</i>)
t	L'épaisseur moyenne du profil de l'aile (<i>thickness</i>)
c	La corde de l'aile, notée aussi MAC
V_1	Le volume supplémentaire de cargo
V_2	Le volume principal de cargo
x_{nez}	L'abscisse de nez de l'aéronef
$x_{cockpit}$	L'abscisse de début du cockpit de l'aéronef
h	La longueur de nez de l'aéronef
L_{cabine}	La longueur de la cabine de pilotage de l'aéronef.
l_1	La longueur du petit volume supplémentaire du cargo
l_{cargo}	La longueur totale du cargo de l'aéronef
L	La longueur du cargo principal

h_l	La hauteur du cargo supplémentaire de l'aéronef
H	La hauteur du cargo principal de l'aéronef
W_g	La masse totale du cargo
dg	La densité du cargo

INTRODUCTION

Depuis des lures, l'être humain a pensé et pensera toujours au confort de l'humanité, que ce soit dans sa vie quotidienne ou dans son futur lointain.

De l'âge de la pierre à ce jour, le monde évolue à la vitesse de la lumière dans tous les domaines et le plus évolué parmi tous : c'est celui de l'aérospatial. Celui-ci a connu plusieurs étapes et des années de recherche qui ont permis la réalisation d'une nouvelle technologie pour concevoir et fabriquer l'avion.

L'avion est considéré comme le moyen du transport le plus prisé et le plus sécuritaire mais qui présente aussi un danger potentiel (par exemple faute des calculs, problèmes de pilotage ou de maintenance) qui peut se traduire par un dysfonctionnement des composants de la structure mécanique ou aéronautique. Ainsi, des recherches sont poursuivies dans le domaine de l'aéronautique pour qu'il garde toujours le label et l'emblème du moyen de transport le plus sécuritaire.

De l'avion-cargo à l'avion militaire, l'essor de l'aviation a connu plusieurs avancées technologiques sous toutes ses formes; plus précisément les ingénieurs, les techniciens, les mécaniciens collaborent pour contribuer au maximum à cet avancement.

Dans de nombreux domaines y compris dans le secteur aéronautique, la modélisation et la simulation des aéronefs sont des étapes obligatoires. Elles permettent l'illustration des aspects théoriques. L'aide apportée par ces procédés, permet de réduire les cycles de conception et de validation des aéronefs, par leur simulation dans leur environnement. Ainsi on peut rester compétitif face à la concurrence. Cependant, la modélisation et la simulation d'un avion nécessite la connaissance de plusieurs paramètres aérodynamiques tels que les coefficients aérodynamiques, les dérivés de stabilité, ainsi que des données géométriques comme les masses, les centres de gravité et les moments d'inertie. Ces derniers paramètres sont d'une très grande importance dans l'étude de la stabilité et du bon fonctionnement de l'avion. Malheureusement ces données ne sont pas toujours accessibles vu la confidentialité du domaine de l'aéronautique. Une question vient alors naturellement : comment faire pour estimer les masses, les positions du centre de gravité ainsi que les moments d'inertie de

l'aéronef en se basant uniquement sur ses données géométriques ? Donc la question principale dans ce mémoire consiste dans l'obtention d'une méthode adéquate pour déterminer ces trois paramètres pour n'importe quel avion commercial.

Pour mener à bien cet objectif, nous avons scindé notre travail en six chapitres. Dans le premier chapitre, nous présenterons les procédures utilisés (RAYMER, DATCOM) ainsi que l'objet de notre recherche qui est l'avion Cessna Citation X. Le second chapitre porte sur la méthodologie d'estimation de masse par les procédures de Raymer. Le troisième chapitre présente la méthodologie suivie pour la détermination des positions des centres de gravité. Dans le quatrième chapitre, la méthodologie d'estimation des moments d'inerties est détaillée. Elle consiste à déterminer les moments d'inerties de l'avion Cessna Citation X par l'application de la procédure DATCOM. Dans le cinquième chapitre, un modèle englobant tous les processus à suivre pour l'estimation des masses, des centres de gravité, et des moments d'inertie pour un avion de groupe général selon la classification donnée par Raymer (avion commercial), a été représenté.

Nous clôturons notre mémoire par le chapitre 6, dont lequel les résultats obtenues pour les trois paramètres (masse, centre de gravité et moments d'inertie) ont été validé par le simulateur de vol du niveau D de l'avion d'affaire Cessna Citation X du LARCASE.

CHAPITRE 1

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Procédure Raymer

Daniel P. Raymer, grâce à ses connaissances en structures, en aérodynamique, en contrôle, en propulsion, en statistiques, etc., a mis au point une nouvelle technique pour l'estimation de la masse d'un avion à partir des données géométriques de l'avion (Raymer, 2006).

Pour appliquer cette technique, il faut commencer par déterminer le groupe auquel l'avion appartient (avions de combat ou avions de transport/ cargo ou avions généraux) ; car les équations à utiliser diffèrent selon le groupe. Il s'agit ensuite de décomposer l'avion en sous-parties (ailes, empennages, fuselage, moteur, etc.) en utilisant des données géométriques basées sur des statistiques des avions existants. L'erreur relative liée à cette estimation est bonne pour des configurations des avions standards. Cependant, cette technique n'est plus applicable pour des configurations en canard, pour des structures composites complexes ou encore pour des avions pour lesquels la base de données n'est pas suffisamment fournie pour produire des statistiques (avions au-delà de Mach 3). Il faut alors utiliser un facteur d'ajustement qui diffère selon la partie de l'avion étudiée, voir Tableau 1.1.

Tableau 1.1 - Facteurs d'ajustement des poids donnée par Raymer (Raymer, 2006)

category	Weights group	Fudge Factor (Multiplier)
Advanced Composites	Wing	0.85-0.90
	Tails	0.83-0.88
	Fuselage/nacelle	0.90-0.95
	Landing gear	0.95-1.0
	Air induction system	0.85-0.90
Braced wing	Wing	0.82
Braced biplane	Wing	0.6
Wood fuselage	Fuselage	1.60
Steel tube fuselage	Fuselage	1.80
Flying boat hull	Fuselage	1.25
Carrier-based aircraft	Fuselage and landing gear	1.2-1.3

Cette méthode considère des équations complexes qui sont basées sur de nombreuses régressions linéaires issues d'échanges d'informations entre les ingénieurs des grandes compagnies aéronautiques mondiales. Daniel P. Raymer reconnaît qu'il n'existe pas la bonne estimation du modèle de l'avion avant que celui-ci effectue des essais en vol et propose de moyenniser sur des résultats issus de différentes équations d'estimation de la masse d'une même partie. Ainsi, la marge d'erreur prévue se trouve entre 5 et 10%. Le principal inconvénient est qu'il est difficile de produire et de valider de nouvelles équations et méthodologies lorsqu'on n'a pas l'accès aux données de vol ou de soufflerie pour les avions produits par des compagnies différentes. Il reste possible cependant d'utiliser ces équations et d'appliquer des facteurs correctifs en fonction des cas étudiés ainsi de construire sa propre base de données de ces facteurs. Le principal avantage de la méthode de Raymer est qu'elle est formulée pour une base de données très large ce qui nous fournira des résultats précis pour de nombreux avions, ainsi pour un modèle commun des avions (Raymer, 2006).

1.2 Procédure de DATCOM

La procédure DATCOM, de son nom complet *USAF Stability and Control DATCOM (Data Compendium)*, est l'un des algorithmes les plus connus pour la prédiction analytique des coefficients aérodynamiques et des dérivées de stabilité pour un aéronef à voilure fixe. Rédigée entre septembre 1975 et septembre 1977, par *McDonnell Douglas Corporation* de concert avec les ingénieurs de *l'Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base*, cette procédure donne en effet la corrélation, la codification et l'enregistrement d'une collection des meilleures connaissances, des opinions et des jugements pertinents dans le domaine de la stabilité et du contrôle des aéronefs. Pour n'importe quelle configuration et des conditions de vol données, une série quasi-complète des dérivées de stabilité et de contrôle peuvent être évaluées en utilisant uniquement la géométrie de l'appareil, sans recours à d'autres types d'informations. Des tableaux comparatifs des résultats calculés et des données de essais en vol fournissent les indications sur l'exactitude de chacune des méthodes (Popescu, 2009).

La méthode statistique DATCOM, sur laquelle s'appuie l'algorithme permet de calculer les moments d'inertie des avions pilotés manuellement (avions de transport, avions de combat dont la géométrie est un peu éloignée de la géométrie des avions existants) et de missiles. Elle requiert la connaissance des masses et des centres de gravité des composants de l'avion (Finck, R. D., 1978) ainsi que d'une vue en trois dimensions de l'avion (ou trois vues dans des plans différents pour les 3 axes d'inertie) et de ses caractéristiques géométriques. Une fois ces informations rassemblées (grâce aux méthodes décrites précédemment notamment), il est possible de calculer les moments d'inertie en découpant l'avion en sections majeures (ailes, fuselage, stabilisateurs horizontaux et verticaux, carburant et moteur principalement...) et de les estimer en fonction d'avions existants (si les géométries sont semblables en grandes lignes, car des bases de données statistiques manqueront pour des avions avec une conception peu conventionnelle). Le principal avantage de cette méthode est sa bonne précision vis-à-vis de la quantité d'informations nécessaires (notamment géométriques).

Plus en détails, les équations utilisées dans la méthode DATCOM sont issues de calculs géométriques et sont pondérées par des facteurs correctifs en fonction de la composante étudiée. Ces facteurs tiennent compte statistiquement de la répartition de la masse inhomogène et inhérente à chaque pièce de l'avion; i.e. ce seront toujours les ailes qui contiendront le carburant et jamais les empennages. Ils peuvent être constants ou obtenus graphiquement en fonction de la forme géométrique, et donc du centre de gravité, de la pièce étudiée. Cette méthode peut donc s'appliquer à une large fourchette d'avions. Cependant, même si l'auteur précise que la précision est bonne, il ne donne pas de pourcentage d'erreur, ni les moyens de le calculer. Le fait qu'elle est largement utilisée aujourd'hui justifiera donc son utilisation ici. La mesure de la matrice de l'avion final sera donc indispensable pour vérifier l'étude dans la phase de conception.

1.3 Objet de l'étude et matériel de validation

1.3.1 Avion Cessna Citation X

L'avion d'affaires Cessna Citation X est connu pour être l'avion civil le plus rapide au monde. Il est construit par *Cessna Aircraft Company* au Kansas aux États Unis. Il a été conçu pour répondre aux besoins d'une clientèle qui souhaite obtenir un rayon d'action important et il est destiné à des entreprises ou des personnalités dans le monde d'affaires souhaitant traverser les continents (comme l'Amérique du Nord) et les océans (comme l'Océan Atlantique) plus rapidement et plus sagement qu'avec les liaisons assurées par les compagnies aériennes. Il offre des excellentes qualités de maniabilité et des systèmes fiables. C'est un jet de la même gamme que le Falcon 200LX de Dassault Aviation ou le Challenger 300 de Bombardier (« Citation X+ — The performance frontrunner and fastest civil airplane », 2014) (Jackson, 2003).

1.3.1.1 Caractéristiques générales (« Cessna Citation X », 2014a)

- Équipage : 2 (pilote et co-pilote);
- Capacité : 12 passagers;
- Longueur : 72 pi 4 po (22,04 m);
- Envergure : 63 pi 11 po (19,48 m);
- Hauteur : 19 pi 3 po (5,86 m);
- Surface de référence de l'aile : 527,0 m² (48,96 m²);
- Aspect Ratio : 7,8:1;
- Poids à vide : 21 600 lb (9798 kg);
- Masse au décollage maximale : 35 700 lb ou 36 100 lb (16 374 kg);
- Moteur : 2 × Rolls-Royce/Allison AE 3007C ou 3007C1 turboréacteur à double flux, 6 442 lb ou 6764 lb (28,66 KN ou 30,09 KN) chacune.



Figure 1.1 - Cessna Citation X en phase d'atterrissage

1.3.1.2 Performance (« Cessna Citation X », 2014a)

- Vitesse maximale : Mach 0,92;
- Vitesse de croisière : 527 KTAS (604 mph, 972 kmh) à 35 000 pieds (10 700 m);
- Distance franchissable : 3 216 milles marins (3 700 mi; 5 956 km);
- Plafond opérationnel : 51 000 pi (15 545 m);
- Taux de montée : 3 650 pi / min (18,6 m / s);
- Distance de décollage : 5140 pi (1567 m);
- Distance d'atterrissage : 3400 pi (1036 m);
- Capacité du réservoir : 1 926 gallons US, 7291 L.

1.3.2 Le simulateur de vol de recherche pour le Cessna Citation X

La simulation est l'outil le plus utilisé par les ingénieurs, les chercheurs, les militaires, etc. elle nous permet l'étude des résultats des actions sur un élément sans la réalisation réelle de l'expérience. Avec l'utilisation des ordinateurs, on est passé d'une simulation analogique à une simulation numérique. Certes, pour connaître les résultats d'un essai quelconque il suffit

de réaliser l'expérience. Mais, malheureusement, ce n'est pas toujours facile et faisable vu que dans de nombreux cas l'expérience est irréalisable, trop chère, dangereuse ou elle pourrait être contraire à l'éthique. Tel que le cas des phénomènes physiques ainsi que le cas de domaine de l'aéronautique. D'où le recours à l'outil de simulation.

Le simulateur de vol joue un rôle vital dans l'essor de domaine de l'aéronautique. Son rôle principal est d'entraîner l'équipage aux fonctions de bord (pilotage, navigation..). La formation pratique sur le simulateur procure aux apprentis pilotes les aptitudes de piloter l'appareil réel, sans aucun risque d'accident ni gaspillage de carburant. Cela assure une réduction importante de coût de formation. Il permet aussi le développement des nouveaux avions, et de comprendre les causes des accidents des avions dans le passé.



Figure 1.2 - Simulateur de vol de Cessna Citation X
du LARCASE

Un simulateur de vol est composé de trois parties principales (« Simulateur de vol », 2014; 2012):

- Les dispositifs d'entrée des données : dans un simulateur professionnel, la saisie des données d'entrées est réalisée à partir des commandes réelles. Ces dernières sont identiques à celles de l'aéronef réel voire même l'utilisation des éléments réels (une cabine de pilotage découpée pour présenter un prototype ou une maquette);

- Le modèle de vol est donné par les équations aérodynamiques et les paramètres de l'aéronef. Ces données sont réelles et sont souvent protégées par le secret défense ou le secret industriel. À partir d'un état donné, l'ordinateur calcule la position de l'avion dans l'espace, sa direction, son orientation et son déplacement ...;
- Les dispositifs de restitution de l'environnement : les simulateurs restituent l'environnement grâce à une planche de bord réelle et à des multiples écrans. C'est la partie la plus difficile à réaliser et qui nécessite une grande capacité de mémoire et une grande puissance de calcul. C'est une reconstitution la plus fidèle possible de ce que ressent le pilote : vue du sol, environnement (jour, nuit, intempéries), ainsi que des conditions de visibilité réduite... Pour des avions à évolutions normales, ces variables sont calculées avec une période typiquement de l'ordre du dixième de seconde.

Le simulateur doit être « certifié » (validé), pour que la formation suivie sur ce simulateur soit reconnue par les autorités de certification. Les plus grandes institutions de réglementation de l'aviation dans le monde sont (2012; « Simulateur de vol », 2014):

- La F.A.A, *Federal Aviation Administration* (Réglementation des États-Unis);
- La C.A.R, *Canadien Aviation Regulations* (Réglementation canadienne);
- L'E.A.S.A, *European aviation Safety Agency* (Réglementation européenne).

Le simulateur de vol du LARCASE est celui de l'avion Cessna Citation X. Il a été conçu par la compagnie CAE Inc. et certifié au plus haut niveau D (dynamique de vol) par l'EASA (*European Aviation Safety Agency*) et la FAA (*Federal Aviation Administration*). Il appartient à la série Simfinity pour les jets d'affaires Cessna Citation X. Selon les règles de la FAA, les simulateurs de niveau D sont hautement fiables et fournissent un environnement le plus réaliste possible de celui de l'avion Cessna Citation X (CAE Inc., 2005; CAE, 2005).

Le logiciel du simulateur de l'aéronef Cessna Citation X fonctionne avec un ensemble de codes, d'utilitaires et d'invites programmés dans divers langages. Le langage de programmation le plus utilisé est le CTS-PLUS. C'est à la fois un code de programmation et

une invite de commande développée par CAE. L'environnement CTS n'est pas un langage de programmation commun tel que, C++ ou Java. Il demeure la propriété exclusive de CAE Inc. Nous avons l'accès seulement au code source de CAE Inc. sur la dynamique de vol de Cessna Citation X que nous pouvons modifier pour des besoins de recherche (CAE Inc., 2005; CAE, 2005).

La structure physique du simulateur est modélisée en utilisant l'entraîneur logiciel intégré IPT manager. Ce dernier permet de configurer une simulation et le pilote peut définir les conditions dans lesquelles son vol doit se dérouler en choisissant la masse et le centrage de l'appareil, l'aéroport de départ, les conditions météorologiques et bien d'autres paramètres. Cependant, comme il ne sert qu'à la recherche, le simulateur ne possède pas toutes les fonctionnalités de ceux vendus aux écoles de pilotage et aux compagnies aériennes (CAE Inc., 2005; CAE, 2005).

Le simulateur du laboratoire du LARCASE est composé de (CAE Inc., 2005; 2012):

1. Un moniteur du pilote;
2. Des instruments de bord du pilote;
3. Une commande pour pilote;
4. Des instruments centraux;
5. Un moniteur du copilote;
6. Des instruments de bord du copilote;
7. Un écran d'ordinateur hôte;
8. Une armoire hébergeant les unités centrales.

CHAPITRE 2

METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES MASSES POUR LE CAS DE L'AVION CESSNA CITATION X

2.1 Estimation de la masse

2.1.1 Introduction

Avant chaque vol, il faut obligatoirement vérifier que les limites de masses soient respectées sous peine de dépasser les limites structurales de l'avion. Cette étape de l'opération appelée « centrage de l'avion » représente un compromis entre la manœuvrabilité, l'efficacité du pilotage et la stabilité de l'avion.

Dans ce contexte, le but de la présente partie est d'appliquer des méthodes et des principes d'estimation au cas de l'avion Cessna Citation X. En effet, nous allons appliquer les modèles de Raymer pour l'estimation de masse de l'avion (Raymer, 2006; Roskam, 2003a).

2.1.2 Les étapes d'estimation de la masse de l'avion Cessna Citation X

L'estimation de masse de l'avion Cessna Citation X s'effectue en trois étapes comme l'indique l'organigramme présenté dans la Figure 2.1.

Celui-ci résume les étapes nécessaires pour l'estimation des masses des sections de l'avion ainsi que sa masse totale.

La première étape consiste dans l'estimation des masses des composantes constituant l'avion en appliquant les modèles de Raymer (éléments 1 à 14). Les quatre éléments restants (éléments 15 à 18) sont déterminés à partir des données issues de différentes autres références (« Cessna Citation X », 2014a; Jackson, 2003; FlightSafety international, 2000a; FlightSafety international, 2000b).

La deuxième étape est la distribution de ces composantes entre les sept sections de l'avion: ainsi nous obtenons la masse de la section en additionnant les masses de tous les composants

correspondants. Pendant la 3^{ème} étape, toutes les masses sont additionnées pour obtenir la masse totale de l'avion Cessna Citation X.

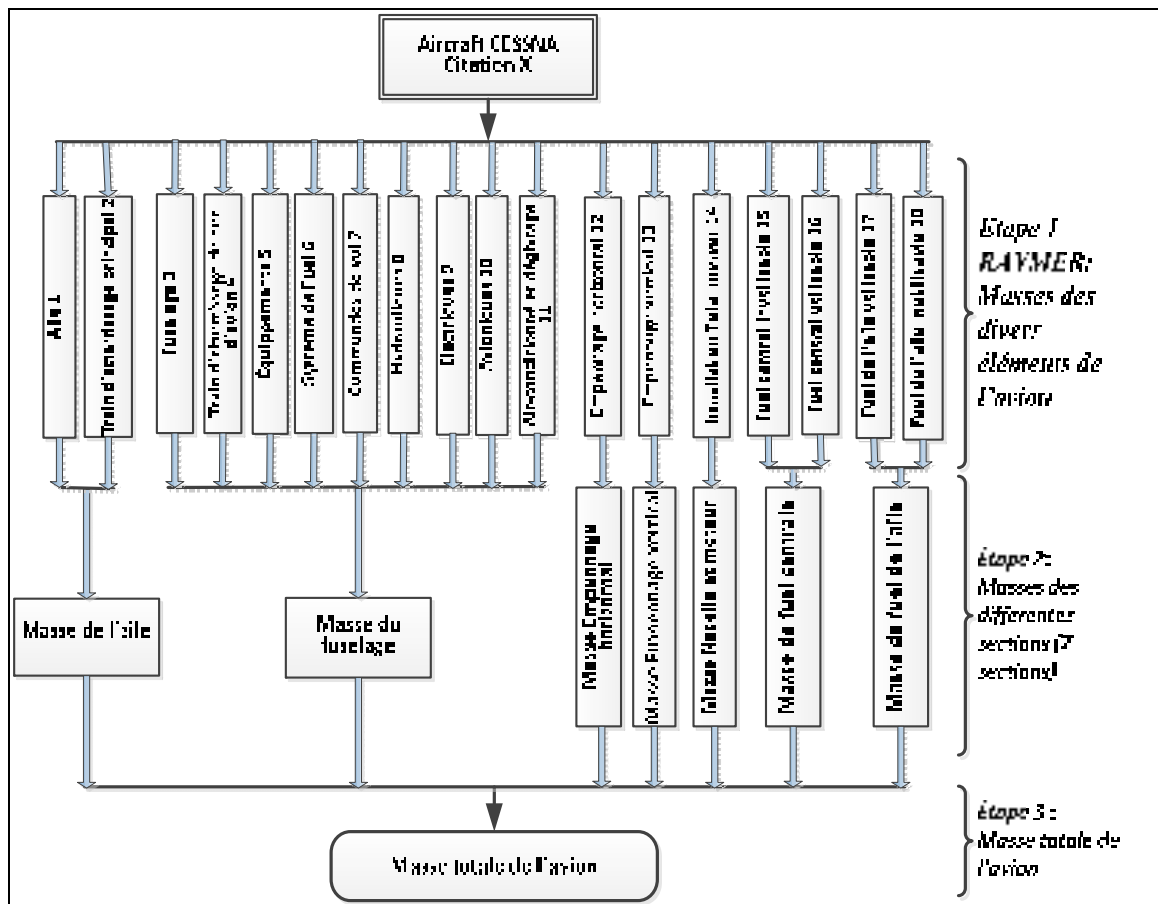


Figure 2.1 - Les étapes d'estimation de la masse de l'avion Cessna Citation X

2.1.3 Estimation des masses de différentes composantes de l'avion Cessna Citation X

Selon les classes des avions, Raymer a établi des modèles d'estimation des poids des composantes constituant l'avion (Raymer, 2006). Ces méthodes utilisent des équations empiriques qui relient les poids de ces composantes aux caractéristiques géométriques de conception des avions. Ces équations varient alors en fonction de l'élément dont on veut estimer la masse et s'expriment en fonction de différents paramètres influençant cet élément. En conséquence, une connaissance assez complète du design de l'avion est nécessaire.

On a trois classes pour les avions. Ces classes sont : avions de chasse, avions de transport, et aviation générale. Le Cessna Citation X est un avion commercial qui fait partie du groupe de l'aviation générale selon la classification donnée par Raymer.

Pour cette classe, les éléments sont (Raymer, 2006) :

- a. L'aile;
- b. L'empennage horizontal;
- c. L'empennage vertical;
- d. Le fuselage;
- e. Le train d'atterrissage principal;
- f. Le train d'atterrissage de nez de l'avion;
- g. L'installation totale du moteur;
- h. Le système de fuel;
- i. Les commandes de vol;
- j. Les systèmes hydrauliques;
- k. Le système d'air conditionné et dégivrage;
- l. Les systèmes électriques;
- m. Équipements;
- n. Les systèmes d'avionique.

2.1.3.1 La masse de l'aile

Les ailes de l'avion Cessna Citation X ont un angle de flèche égal à 40° au niveau du bord d'attaque, ce qui lui permet d'effectuer le vol en croisière avec 0,92 Mach tout en conservant un haut niveau d'efficacité aérodynamique. Les ailes, sont constituées par les éléments suivants: les aérofreins, les becs de bord d'attaque (*slats*) qui modifient les formes de l'aile lors de décollage et d'atterrissage, les gouvernes, les spoilers, les ailerons, les réservoirs de carburant et les volets. Le dégivrage, pour le bord d'attaque et les becs, est assuré à la fois par un moteur à évacuation d'air chaud et un courant électrique à la manchette de l'aile (*wing cuff*). Le réservoir central est rempli à partir de l'aile droite avec un système d'écoulement par gravité. Un train d'atterrissage à double roues est monté sur la partie inférieure de chaque

aile et se rétracte vers l'intérieur dans la partie centrale du fuselage. Chaque roue est équipée d'un frein à commande hydraulique. Le freinage d'urgence est possible en utilisant la bouteille d'air à haute pression située dans le compartiment gauche d'avionique (FlightSafety international, 2000a).

La masse de l'aile varie en fonction des paramètres suivants :

- La surface trapézoïdale de l'aile (S_w en pi^2) qui est la surface de référence de l'aile. Cette surface est obtenue à partir des données géométriques de l'avion Cessna Citation X (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001);
- La masse de fuel dans l'aile (W_{fw} en lb) qui est la somme des masses de fuel emmagasinées dans les deux réservoirs de l'aile de l'avion (Cessna corporation, 2001; « Cessna Citation X », 2014a; FlightSafety international, 2000a);
- L'allongement (A) qui est obtenu à partir des données géométriques de l'avion (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001);
- L'angle de flèche de l'aile ($A = Wing Sweep$) et le ratio de conicité ($\lambda = Taper ratio$). Ces deux paramètres sont des constantes obtenues à partir des données géométriques de l'avion (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001);
- La pression dynamique en croisière ($q = Dynamic pressure at cruise, lb/pi^2$) qui est exprimée par l'équation (2.1) liant cinq paramètres (la densité de l'air ρ , le constante de l'air γ , la température à la hauteur de croisière T , la constante des gaz parfait R , le nombre de mach M) (Khrif, 2010; Nelson, 1998) :

$$q = (0,5) \times (0,0311) \rho \gamma R T M^2 \quad (2.1)$$

- Le facteur de charge extrême ($N_z = Ultimate load factor = 1.5 * limit load factor$);
- Le rapport d'épaisseur (t/c) qui est le rapport entre l'épaisseur maximum et la corde (Oza, 2009);
- La masse au décollage ($W_{dg} = Flight design cross weight = take off, lb.$) est la masse maximale au décollage et elle est obtenue à partir des données géométriques de l'avion (« Cessna Citation X », 2014a; FlightSafety international, 2000a; CAE Inc., 2012);

Après avoir déterminé tous ces paramètres, la masse de l'aile est obtenue par l'équation (2.2) (Raymer, 2006) :

$$W_{wing} = 0,036 S_w^{0,758} W_{fw}^{0,0035} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda} \right)^{0,6} q^{0,006} \times \lambda^{0,04} \left(\frac{100 t/c}{\cos \Lambda} \right)^{-0,3} (N_Z W_{dg}) \quad (2.2)$$

2.1.3.2 La masse d'empennage horizontal

L'empennage de l'avion Cessna Citation X est conçu sous forme de T. Au sein de l'empennage, on a deux moteurs électriques pour actionner le front de l'empennage horizontal pour assurer l'équilibre vertical de l'avion. Des gouvernes de profondeurs conventionnelles sont montées sur la partie arrière d'empennage. La gouverne de direction est divisée en deux sections : supérieure et inférieure. La gouverne de direction supérieure est actionnée électriquement et contrôlée par le système d'augmentation de la stabilité en lacet. La gouverne de direction inférieure est actionnée hydrauliquement et reçoit des consignes du système de guidage de vol (FlightSafety international, 2000a; FlightSafety international, 2000b; FlightSafety international, 2000c).

La masse d'empennage horizontal est donnée par l'équation (2.3) (Raymer, 2006) et elle est exprimée en fonction des neuf paramètres. Six parmi eux ont déjà été définis et déterminés auparavant pour le cas de l'aile. Il nous reste alors à déterminer les trois paramètres suivants :

- A_{ht} est l'angle de flèche d'empennage horizontal ($A_{ht} = Tail Sweep$) et λ_{ht} est le ratio de conicité (*Taper ratio of tail*). Ces deux paramètres sont des constantes obtenues à partir des données géométriques de l'avion (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001);
- La surface trapézoïdale d'empennage horizontal S_{ht} est mesurée en pi^2 (*horizontal tail area*). C'est la surface de référence d'empennage horizontal. Elle est obtenue à partir des données géométriques de l'avion d'affaires Cessna Citation X (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001).

$$W_{horizontal-tail} = 0,016 (N_Z W_{dg})^{0,414} q^{0,168} S_{ht}^{0,896} \left(\frac{100 t/c}{\cos \Lambda} \right)^{-0,12} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda_{ht}} \right)^{0,043} \lambda_h^{-0,02} \quad (2.3)$$

2.1.3.3 La masse d'empennage vertical

La masse d'empennage vertical est déterminée en fonction de plusieurs paramètres. En plus des cinq facteurs déjà déterminés auparavant, il reste cinq autres paramètres à trouver pour pouvoir estimer sa masse telle montrée dans l'équation (2.4) (Raymer, 2006) ci-dessous :

- λ_{vt} est le ratio de l'effilement de l'empennage vertical (*Taper ratio tail*);
- Λ_{vt} est l'angle de flèche de l'empennage vertical (« Cessna Citation X », 2014b; Cessna corporation, 2001);
- S_{vt} est la surface trapézoïdale de l'empennage vertical (*vertical tail area*);
- H_t est la hauteur de l'empennage horizontal à partir du fuselage (*horizontal tail height above fuselage, ft*);
- H_v est la hauteur de l'empennage vertical à partir du fuselage (*vertical tail height above fuselage, ft*).

$$W_{vertical-tail} = 0,073 \left(1 + 0,2 \frac{H_t}{H_v} \right) (N_Z W_{dg})^{0,376} q^{0,122} S_{vt}^{0,873} \left(\frac{100 t/c}{\cos \Lambda_{vt}} \right)^{-0,49} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda_{vt}} \right)^{0,357} \lambda_{vt}^{0,039} \quad (2.4)$$

2.1.3.4 La masse du fuselage

Le fuselage de l'aéronef Cessna Citation X est divisé en quatre sections: le compartiment de nez de l'avion, le poste de pilotage et la surface pressurisée de la cabine, une soute à bagages également pressurisée et le compartiment non pressurisé du cône de queue de l'avion.

Le compartiment de nez contient les éléments suivants (FlightSafety international, 2000b) (FlightSafety international, 2000c) :

- Composants avioniques;
- Réservoirs d'oxygène;
- Bouteilles de diazote (N_2) pour les opérations d'urgence du train d'atterrissage et des freins;

- Accumulateur pour l'orientation du train avant;
- Ventilateur et des canaux d'assemblage pour le refroidissement du compartiment et l'évacuation de l'eau de la pluie.

Les compartiments pressurisés sont conçus pour maintenir un différentiel continu de pression normale de 9,3 psi (lb/in^2) dans la cabine de pilotage. L'aéronef a été certifié pour résister à une différence de pression maximale égale à 9,7 psi.

La masse du fuselage est calculée par l'équation (2.6) (Raymer, 2006) qui est exprimé en fonction de la pression dynamique en croisière (q), du facteur de charge extrême (N_z), de la masse au décollage (W_{dg}), de la surface mouillée du fuselage (S_f), des paramètres géométriques du fuselage (L_t , D , L) ainsi que de la masse due à la mise sous pression du compartiment (W_{press}).

Ces paramètres sont :

- L est la longueur de la structure du fuselage sans les deux extrémités (*fuselage structural length*, ft);
- W_{press} est le poids due à la mise sous pression de compartiment (*weight penalty due to pressurisation*). Cette masse est obtenue par l'équation (2.5) où V_{pr} est le volume de la section sous pression;

$$W_{press} = 11,9 \left(8V_{pr} \right)^{0,271} \quad (2.5)$$

- L_t est la longueur de la queue de l'avion (*Tail length; wing quarter-MAC to tail quarter-MAC*), ft;
- S_f est la surface mouillée du fuselage (*fuselage wetted area*), ft^2 ;
- D est la profondeur de la structure du fuselage (*fuselage structural depth*), ft.

$$W_{fuselage} = 0,052 S_f^{1,086} \left(N_z W_{dg} \right)^{0,177} L_t^{-0,051} \left(L/D \right)^{-0,072} q^{0,241} + W_{press} \quad (2.6)$$

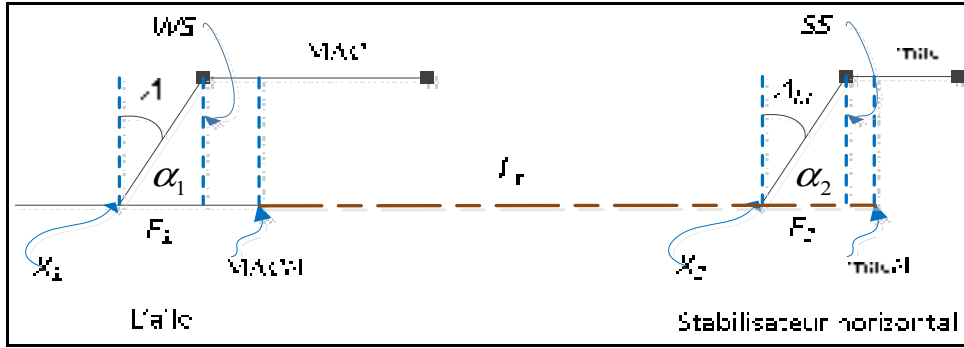


Figure 2.2 - Schéma explicatif pour la détermination de L_t

L_t est obtenue par l'équation (2.7) suivante. Le schéma géométrique pour le calcul de Z_t est montré dans la Figure 2.2 dans lequel les variables α_1 , α_2 , F_1 , F_2 , Λ , Λ_{ht} , mac , MAC sont définies :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_t = X_2 + F_2 + \frac{mac}{4} - \left(X_1 + F_1 + \frac{MAC}{4} \right) \\ F_1 = \frac{WS}{\tan \alpha_1} \\ F_2 = \frac{SS}{\tan \alpha_2} \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Où :

- X_1 est l'abscisse correspondante au point d'intersection entre l'aile et le fuselage;
- X_2 est l'abscisse correspondante au point d'intersection (projection) entre le stabilisateur et le fuselage;
- WS et SS sont respectivement les coordonnées selon l'axe Y de MAC de l'aile et de celui du empennage horizontal.

2.1.3.5 La masse du train d'atterrissage principal

Le système du train d'atterrissage se compose de deux trains d'atterrissage principaux et d'un train d'atterrissage avant installé dans le nez de l'avion. Chacun d'eux se compose de deux roues attachées à un axe à l'extrémité inférieure d'un barreau. Les opérations d'extension et

de rétraction sont accomplies par une pompe hydraulique entraînée par le moteur. Le cycle d'extension et de rétraction du train d'atterrissage prend approximativement 6 secondes (FlightSafety international, 2000a; FlightSafety international, 2000b; FlightSafety international, 2000c).

La longueur d'extension du train d'atterrissage principal L_m est l'une des trois variables de l'équation (2.9) utilisée pour le calcul de masse de ce dernier. Les deux autres variables sont le facteur de charge extrême N_l (*maximum load*) et le poids brut du train d'atterrissage à sa conception W_l (*landing design gross weight*).

Ces deux variables sont donnés par l'équation (2.8) :

$$\begin{cases} N_l = 1,5 N_{gear} \\ W_l = 0,8 W_{dg} \end{cases} \quad (2.8)$$

Où N_{gear} est le nombre des trains d'atterrissage.

$$W_{main-landing-gear} = 0,095 (N_l W_l)^{0,768} (L_m/12)^{0,409} \quad (2.9)$$

2.1.3.6 La masse du train d'atterrissage avant

La masse du train d'atterrissage avant (au nez de l'avion) donnée par l'équation (2.10) varie en fonction des trois variables qui sont les mêmes que pour le train d'atterrissage principal à l'exception de la longueur d'extension L_m qui est remplacée évidemment par celle du nez de l'avion L_n .

$$W_{nose-landing-gear} = 0,125 (N_l W_l)^{0,566} (L_n/12)^{0,845} \quad (2.10)$$

2.1.3.7 La masse totale de moteur

L'avion est propulsé par deux moteurs (turboréacteurs) Rolls-Royce AE3007C1 installés à l'arrière du fuselage. L'AE3007C1 comporte deux bobines avec un compresseur à écoulement axial à 14 étapes, une turbine haute pression à deux étages et une turbine basse

pression à trois étages. Un groupe auxiliaire de puissance (APU) est installé pour le démarrage du moteur et il est certifié pour un vol jusqu'à 31 000 pieds. Ce groupe auxiliaire est situé dans le cône arrière de queue de l'avion (FlightSafety international, 2000a; FlightSafety international, 2000b).

La masse totale de moteur (y compris la nacelle) est donnée par la formule (2.11) qui est en fonction de la masse de moteur W_{en} et du nombre N_{en} de moteurs installés sur l'avion.

$$W_{installed-engine-total} = 2,575W_{en}^{0,922}N_{en} \quad (2.11)$$

2.1.3.8 La masse du système de fuel

Trois réservoirs de carburant distincts sont intégrés qui sont plus précisément deux réservoirs d'aile (l'aile gauche et l'aile droite) et un réservoir central. Les systèmes d'alimentation en carburant sont deux systèmes indépendants situés dans les réservoirs d'aile. Le réservoir central transfère le carburant dans les réservoirs d'aile. La quantité totale de carburant utilisable est 12 931 lb (5865 kg) (« Cessna Citation X », 2014a).

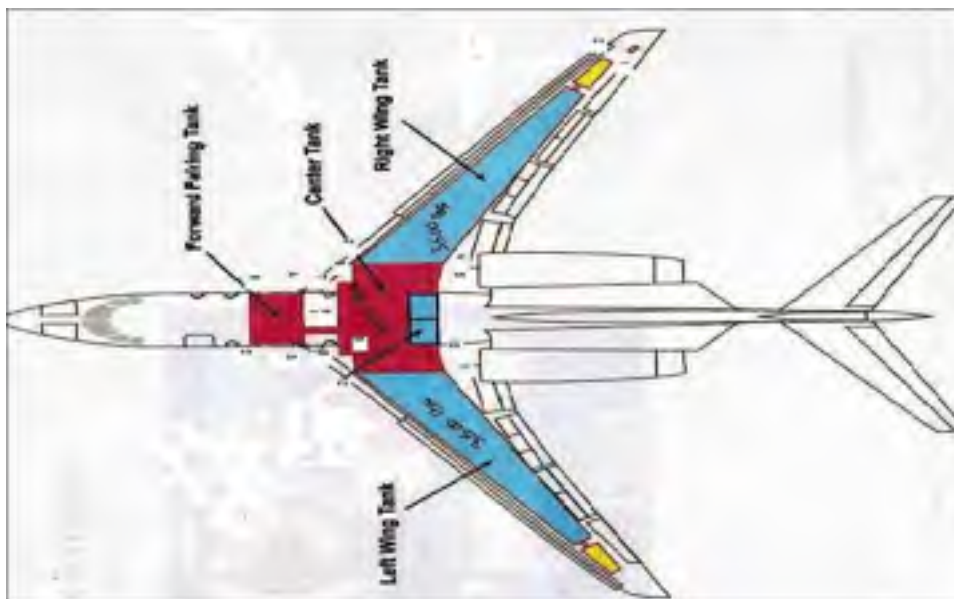


Figure 2.3 - Les trois réservoirs de l'avion Cessna Citation X
adapté de (FlightSafety international, 2000a)

Le réservoir de carénage avant (*forward fairing tank*) est considéré comme une partie du réservoir central et ils sont reliés par une ligne ouverte : il n'y a aucune valve. Deux baies d'alimentation du moteur (trémies) sont entourées par le système du réservoir d'aile. Un réservoir d'évacuation est situé dans l'extrémité de chaque aile pour équilibrer la répartition du carburant dans le but d'obtenir une très bonne stabilité de l'avion.

La masse du système de fuel est déterminé par l'équation (2.13) suivante, cette dernière varie en fonction de quatre paramètres :

- V_t est le volume total du carburant (*total fuel volume*), gal;
- V_i est le volume intégral des réservoirs (*integral tanks volume*), gal qui est obtenu par l'équation (2.12) (Raymer, 2006):

$$V_i = 1,3V_t \quad (2.12)$$

- N_t est le nombre de réservoirs (*number of fuel tanks*);
- N_{en} est le nombre de moteurs (*number of engines*).

$$W_{fuel-system} = 2,49V_t^{0,726} \left(\frac{1}{1 + V_i/V_t} \right)^{0,363} N_t^{0,242} N_{en}^{0,157} \quad (2.13)$$

2.1.3.9 La masse des systèmes des commandes de vol

Les commandes de vol primaires sont alimentées hydrauliquement avec un double système hydraulique isolé. Toutes les surfaces de contrôle comme les spoilers, les aérofreins, les ailerons et volets sont en matériaux composites. Une double série des amortisseurs de lacet est incorporée. De chaque côté, il y a trois panneaux des volets qui fonctionnent électriquement par un système à courant continu DC.

La masse des contrôles de vol est déterminée par l'équation (2.14).

$$W_{flight-controls} = 0,053L^{1,536} B_w^{0,371} (N_z W_{dg} \cdot 10^{-4})^{0,80} \quad (2.14)$$

Où:

- N_z est le facteur ultime de charge (*Ultimate load factor*);

- W_{dg} est La masse maximale permise au décollage (*Flight design cross weight =take off*) lb;
- L est la longueur de structure du fuselage sans considérer les deux bouts (*fuselage structural length*), ft;
- B_w représente l'envergure de l'aile (*wing span*), ft.

2.1.3.10 La masse des systèmes hydrauliques

La puissance hydraulique est produite par deux systèmes des pompes hydrauliques isolés à pression compensée maintenant une pression constante d'environ 3000 psi (206,8 bar). Ils sont indépendants, sans mélange mutuel de fluide hydraulique entre les systèmes hydrauliques de gauche et de droite (A et B). Toutefois, chaque système est relié à des fins de transfert d'énergie à travers une unité de transfert d'alimentation. Ainsi dans le cas où les pompes hydrauliques du système « A » devenaient inopérantes, alors ce système sera actionné par les pompes hydrauliques du système « B ». Une pompe électrique supplémentaire de secours alimentera le système « A » dans le cas d'échec du système de transfert PTU (*Power Transfer Unit*). Si le système « B » est défaillant alors un système de gouvernail de secours fournira de l'énergie au gouvernail inférieur. Certains systèmes sont alimentés exclusivement soit par le système « A » ou « B ». Certains composants sont alimentés à la fois par les systèmes « A » et « B », assurant ainsi le fonctionnement du système même dans le cas de défaillance de l'un des systèmes hydrauliques. Le train d'atterrissage et les aérofreins sont normalement alimentés par le système « A ». Dans le cas de défaillance de ce dernier, ils peuvent fonctionner en utilisant de l'azote à haute pression (opération pneumatique d'urgence) (FlightSafety international, 2000a; « Cessna Citation X », 2014a).

La masse des systèmes d'hydrauliques est calculée en utilisant l'équation 2.15.

$$W_{hydraulics} = K_h W^{0,8} M^{0,5} \quad (2.15)$$

Où :

- W est la largeur totale du fuselage (*total fuselage structural width*), ft;

- M est le nombre du Mach (*Mach number*);
- K_h est égale à 0,12 dans le régime subsonique à haute vitesse en utilisant les contrôles de vol hydrauliques (*for high subsonic with hydraulic flight controls*) (Raymer, 2006).

2.1.3.11 La masse du système avionique

Le système intégré d'avionique Honeywell Primus 2000 comprend cinq unités d'affichage et de diverses composantes et des contrôles. Les unités d'affichage fournissent diverses informations à l'équipage de vol, telles que de navigation, d'approche et de surveillance des moteurs. Le système Primus 2000 intègre un système informatique redondant de guidage de vol (FGC) et de modes de réversion pour une capacité accrue. Les unités d'affichages secondaires sont des instruments sous la forme d'un panneau de secours fournissant l'enregistrement des données (instrumentations).

La masse de système avionique est en fonction d'un seul paramètre qui est la masse des instruments d'avionique non installées W_{uav} (*uninstalled avionics weight*) tel indiqué dans l'équation (2.16) suivante. Généralement, la valeur de W_{uav} varie entre 800 et 1400 lb (Raymer, 2006). Dans ce projet, la valeur moyenne de 1100 lb a été choisie pour W_{uav} par manque de précisions et d'informations.

$$W_{avionics} = 2,117 W_{uav}^{0,933} \quad (2.16)$$

2.1.3.12 La masse du système d'air de conditionnement et dégivrage

Le système de distribution d'air dirige le flux d'air chauffé, le flux d'air refroidi, et/ou de l'air frais à la cabine et au cockpit (à la cabine de pilotage) pour avoir un environnement confortable. Les points des sorties du système sont situés au-dessus de la tête, dans les accoudoirs, au niveau du sol, y compris dans les chauffe-pieds de la cabine de pilotage (cockpit). Ils sont bien placés pour enlever les buées du pare-brise. Le refroidissement du

tableau de bord est réalisé en faisant circuler, derrière ce dernier, de l'air ambiant dans la cabine de pilotage (FlightSafety international, 2000a).

Les Cessna citation X, équipés d'anti givrage approprié, sont approuvés pour fonctionner dans des conditions intermittentes ou continues de dégivrage maximum. L'équipement n'a pas été conçu ou certifié pour fournir une protection contre la pluie verglaçante ou contre des conditions sévères de glace mixte ou claire. Pendant leur exploitation, le pilote est censé faire preuve de jugement et être prêt à modifier le plan de vol si les conditions météorologiques dépassent la capacité de l'avion et son équipement.

L'accumulation de glace va modifier sensiblement la forme des profils des surfaces aérodynamiques des composants d'avions. Les changements résultantes de la forme des profils et du poids supplémentaire causé par de la glace vont augmenter la vitesse de décrochage et ainsi modifier les caractéristiques normales des manutentions (entretiens) et des performances de l'avion.

Dans le but de maintenir un angle d'attaque faible, la vitesse minimum pour un vol soutenu dans des conditions givrantes (sauf à l'approche et à l'atterrissage) est de 200 nœuds. Le vol prolongé dans des conditions givrantes avec les volets et/ou les trains d'atterrissage sortis est interdit.

Des traces ou des petites quantités de givrage sur l'empennage horizontal modifient les caractéristiques aérodynamiques qui auront une influence sur la stabilité et le contrôle de l'avion.

Selon Raymer (Raymer, 2006), la masse d'air conditionné et d'anti glace est donnée par l'équation (2.17) qui est en fonction des quatre paramètres : la masse au décollage W_{dg} (*take off*), du nombre N_p de personnes au bord de l'avion (*number of personnel onboard*), nombre de Mach M et enfin la masse des systèmes avioniques $W_{avionics}$.

$$W_{air-conditioning-and-anti-ice} = 0,265 W_{dg}^{0,52} N_p^{0,68} W_{avionics}^{0,17} M^{0,08} \quad (2.17)$$

2.1.3.13 La masse du système électrique

Chaque moteur dispose de trois unités de production d'électricité connectées à une boîte de vitesse (FlightSafety international, 2000a). Le système électrique est alimenté par deux moteurs, de 400 ampères, et des générateurs CC (courant continu). En outre, un troisième générateur est entraîné par le groupe auxiliaire de bord (APU) pendant son fonctionnement. Deux batteries, en nickel et cadmium, de 24 volts et 44 ampères heure sont fournies. Un câblage d'interconnexion pour les composantes électriques est conçu pour minimiser la sensibilité des systèmes critiques et essentiels aux champs de rayonnement à haute intensité (HIRF).

L'éclairage extérieur standard se compose de deux lumières stroboscopiques rouges utilisées pour la reconnaissance de terrain, deux flashes anticollision, deux feux d'inspection de l'aile, feux de navigation, deux feux d'atterrissage / reconnaissance, lumières de détection de glace, feux de taxi (situé sur le train d'atterrissage de nez de l'avion)... (« Cessna Citation X », 2014b).

La masse de la partie électrique est en fonction des masses de deux autres parties de l'avion déjà mentionnées plus haut (le système de fuel $W_{fuel-system}$ et le système d'avionique $W_{avionics}$) tel que présenté dans l'équation (2.18) suivante :

$$W_{electrical} = 12,57 \left(W_{fuel-system} + W_{avionics} \right)^{0,51} \quad (2.18)$$

2.1.3.14 La masse des équipements

La masse des équipements (les sièges, ameublement, etc.) est obtenue à partir de l'équation (2.19) qui est en fonction uniquement de la masse au décollage W_{dg} (*Flight design gross weight*), lb.

$$W_{furnishings} = 0,0582 W_{dg} - 65 \quad (2.19)$$

2.1.4 Estimation des masses des sept sections majeures de l'avion Cessna Citation X

Après avoir déterminé les masses de différentes parties de l'avion, on passe à l'étape 2 qui concerne la détermination des masses des sept sections de l'avion (aile, fuselage, stabilisateur horizontal, stabilisateur vertical, nacelle et moteur, fuel de l'aile, fuel central) tel que montré dans la Figure 2.1. Il s'agit d'associer chaque composant de l'avion à la section correspondante.

2.1.4.1 Masse de la section de l'aile

Les réservoirs de gauche et de droite de l'aile font partie de la structure de cette dernière. Chaque réservoir est scellé à l'intérieur pendant la fabrication. En outre, le système de train d'atterrissage principal fait aussi partie de la section d'aile. Par la suite, la masse de cette dernière est égale à la somme de la masse de l'aile proprement dite, de la masse de train d'atterrissage principal et finalement de système de fuel, d'où la formule (2.20) suivante :

$$W = W_{wing} + W_{main-landing-gear} + W_{fuel-system} \quad (2.20)$$

2.1.4.2 Masse de la section de fuselage

La section du fuselage représente la section la plus volumineuse. Elle englobe tous les éléments qui sont y montés et par conséquents la masse de cette section est obtenue par l'addition des masses de tous ses éléments tel que représenté par l'équation (2.21) :

$$\begin{aligned} W = & W_{fuselage} + W_{nose-landing-gear} + W_{electrical} \\ & + W_{air-conditioning-and-anti-ice} + W_{flight-controls} \\ & + W_{hydraulics} + W_{avionics} + W_{furnishing} + W_{payload-cargo} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Les composantes de section du fuselage sont :

- La structure du fuselage;
- Le train d'atterrissage avant (de nez de l'avion);

- Les systèmes hydrauliques;
- Les systèmes électriques;
- Les systèmes de contrôles de vol;
- Les systèmes de conditionnement d'air et dégivrage;
- Les systèmes avioniques;
- Les équipements (ameublements);
- Le cargo et les charges supplémentaires (*payload*).

2.1.4.3 Masse de la section d'empennage horizontal

La masse de la section d'empennage horizontal est égale à la masse d'empennage horizontal proprement dit; il n'y a pas de masse supplémentaire à ajouter.

$$W = W_{horizontal-tail} \quad (2.22)$$

2.1.4.4 Masse de la section d'empennage vertical

De même, la masse de la section d'empennage vertical est égale seulement à sa propre masse qui est estimé par Raymer (Raymer, 2006).

$$W = W_{vertical-tail} \quad (2.23)$$

2.1.4.5 Masse de la section de nacelle et moteur

En ce qui concerne la section de nacelle et moteur, sa masse est égale seulement à la masse estimée par Raymer pour le moteur.

$$W = W_{installed-engine-total} \quad (2.24)$$

2.1.4.6 Masse de la section de fuel central

Le réservoir central et le réservoir de carénage avant sont reliés entre eux par une ligne ouverte sans aucune valve. Le réservoir de carénage avant est situé plus haut que le réservoir central permettant ainsi l'écoulement de fuel par gravité. Des capteurs capacitifs sont installés dans le réservoir central. La quantité du carburant du réservoir central (y compris le carénage avant), compensée selon la température et l'attitude de l'aéronef, est affichée en permanence sur l'unité d'affichage EICAS. La perte des informations d'attitude entraîne une indication invalide de la quantité de carburant qui peut être également mesurée mécaniquement par deux bandelettes déroulantes : une bandelette se trouve en dessous de la zone interne de l'aile droite et l'autre bandelette se trouve en bas du carénage avant du fuselage (FlightSafety international, 2000a).

Le fuel du réservoir central et celui du réservoir de carénage avant constituent ensemble la section de fuel centrale. Ces deux réservoirs ont une capacité combinée de 6000 lbs de carburant et, par conséquent, cette quantité constitue la masse de la section de fuel centrale qui est donnée par la somme de la masse de fuel utilisable et de celle non utilisable existant dans le réservoir central tel que montré dans l'équation (2.25).

$$W_{central-fuel} = W_{usable-central-fuel} + W_{unusable-central-fuel} \quad (2.25)$$

2.1.4.7 Masse de la section de fuel de l'aile

Les réservoirs d'aile de gauche et de droite font partie de la structure de l'aile. Chaque réservoir est scellé à l'intérieur de l'aile pendant la fabrication.

Les réservoirs d'aile sont reliés aux baies d'alimentation du moteur situées dans la partie arrière du réservoir central. Les réservoirs de la trémie sont scellés au réservoir central et font partie fonctionnellement des réservoirs d'aile. Un réservoir d'expansion est situé dans l'extrémité de chaque aile. La capacité de chaque réservoir d'aile est de 3500 lbs de carburant. La masse de section de fuel de l'aile est donc la somme de la masse de fuel utilisable de l'aile

et de celui non utilisable qui reste emmagasinée dans les réservoirs de l'aile tel qu'indiqué dans l'équation suivante (2.26) :

$$W_{wing-fuel} = W_{usable-wing-fuel} + W_{unusable-wing-fuel} \quad (2.26)$$

CHAPITRE 3

METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES CENTRES DE GRAVITÉ DE L'AÉRONEF CESSNA CITATION X

3.1 Les étapes d'estimation du centre de gravité

Le centre de gravité d'un objet est le point culminant pour la stabilité de ce dernier, plusieurs recherches ont été réalisées, mais quand on a voulu cerner nos recherches, on a réalisé qu'il n'y a pas de méthodes universelles pour l'appliquer sur tel ou tel appareil cela nous a amenés à chercher et à trouver une solution au problème.

La problématique du calcul du centre de gravité d'un aéroplane doit se résoudre en tenant compte de plusieurs facteurs, plusieurs combinaisons des composantes et enfin de parties complexes.

De ce problème, sont nés des sous problèmes que nous avons décortiqués pour aboutir à une méthode simple et complexe à la fois, que j'ai résumé comme suit : Découpage de l'avion en plusieurs parties.

Un aéronef est un corps physique très complexe pour lequel l'estimation de son centre de gravité n'est pas facile à obtenir. D'où la nécessité de la simplification pour la faisabilité de l'estimation et de l'approximation du centre de gravité. En effet, simplifier veut dire adopter des hypothèses pour pouvoir appliquer des équations et des méthodes déjà approuvées et qui sont issues des méthodes mathématiques de la mécanique d'ingénieurs (Ugural, 2007; Alexander A., 2004; « Centre de masse d'une plaque homogène », 2014).

En réalité, le calcul se base sur deux hypothèses et suppositions principales :

- Les distributions de masses sont uniformes;
- Les surfaces de l'avion sont planes et régulières.

L'estimation du centre de gravité de l'avion Cessna Citation X s'effectue en quatre étapes qui sont présentées dans l'organigramme de la Figure 3.1. Cet organigramme résume les étapes à suivre pour estimer le centre de gravité.

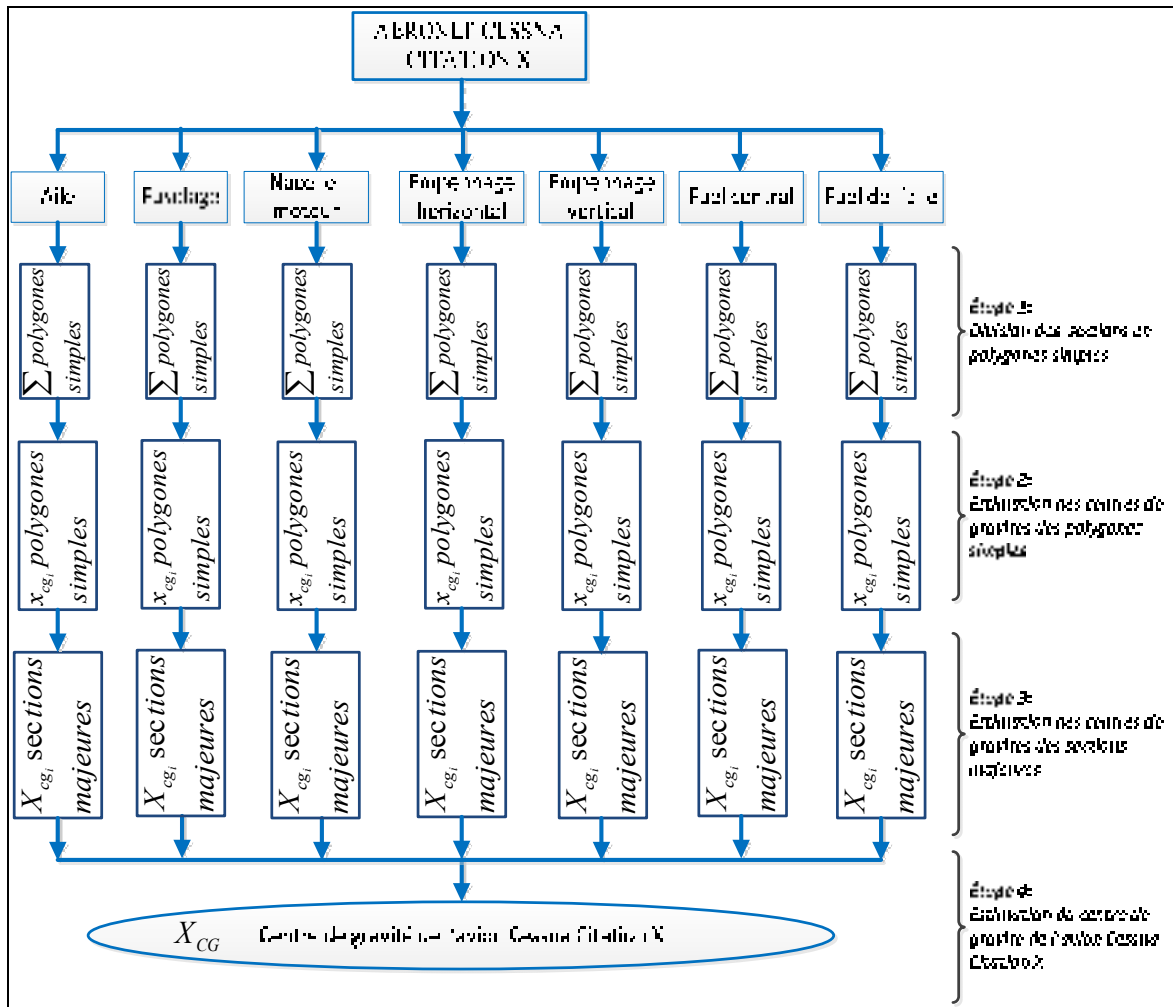


Figure 3.1 - Étapes d'estimation du centre de gravité

Ainsi la structure de l'avion Cessna Citation X est divisée en sept sections : l'aile, fuselage, nacelle et moteur, empennage horizontal, empennage verticale, le fuel central et le fuel de l'aile.

Pour chacune de ses sections, un découpage en plusieurs polygones simples a été réalisé afin que le centre de gravité de chacun d'eux puisse être déterminé avec des formules précises exprimant la position de centre de gravité des polygones en fonction des coordonnées de ses extrémités par les équations (3.1), (3.2) et (3.3) issues des méthodes mathématiques de la mécanique d'ingénieurs (« Centre de masse d'une plaque homogène », 2014; Ugural, 2007; Alexander A., 2004).

$$x_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})} \quad (3.1)$$

$$y_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(y_i x_{i+1} - x_i y_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (y_i x_{i+1} - x_i y_{i+1})} \quad (3.2)$$

$$z_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (z_i + z_{i+1})(z_i x_{i+1} - x_i z_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (z_i x_{i+1} - x_i z_{i+1})} \quad (3.3)$$

Où :

x_i sont les abscisses des extrémités des polygones simples;

y_i sont les ordonnées des extrémités des polygones simples;

z_i sont les composantes selon l'axe Z des extrémités des polygones simples;

x_{cg}, y_{cg}, z_{cg} sont les composantes des positions des centres de gravité des polygones simples.

Le centre de gravité de chaque section a été ensuite calculé en fonction des tous les centres de gravité de ses polygones trouvés à l'aide d'un deuxième set des équations (3.4), (3.5) et (3.6) exprimant chaque ordonnée de la position du centre de gravité de chaque section (pour les sept sections) en fonction de deux paramètres qui sont :

- L'ordonnée correspondante aux centres de gravité et;
- L'aire (surface) des différents polygones formant la section.

$$X_{cg} = \frac{\sum_i x_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (3.4)$$

$$Y_{cg} = \frac{\sum_i y_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (3.5)$$

$$Z_{cg} = \frac{\sum_i z_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (3.6)$$

Avec :

- $x_{cgi}, y_{cgi}, z_{cgi}$ sont les composantes de la position de centre de gravité de chaque polygone simples;
- A_i est l'aire des polygones simples constituant les sections;
- X_{cg}, Y_{cg}, Z_{cg} sont les composantes de la position du centre de gravité de la section majeure.

Suite à l'estimation des centres de gravité de toutes les sections, nous estimons le centre de gravité de l'avion. Ce dernier est estimé à l'aide d'un set des équations : (3.7), (3.8), et (3.9); on peut ainsi voir que les coordonnées de ce centre de gravité sont calculées en fonction de deux variables :

- L'ordonnée correspondante du centre de gravité des sections;
- Les masses des sections M_i , i dénote le numéro de la section.

$$X_{CG} = \frac{\sum_i X_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (3.7)$$

$$Y_{CG} = \frac{\sum_i Y_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (3.8)$$

$$Z_{CG} = \frac{\sum_i Z_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (3.9)$$

Où :

- $X_{cgi}, Y_{cgi}, Z_{cgi}$ sont les composantes des positions des centres de gravité des sections majeures i ;
- M_i est la masse de la section i ;
- X_{CG}, Y_{CG}, Z_{CG} sont les composantes des positions du centre de gravité de l'avion.

- Une fois que le calcul est fait théoriquement, l'obligation de le réaliser sur un plan déterminé m'a amené à chercher une solution pour le passage schématique à la numérisation sectionnelle que j'ai trouvé dans le logiciel Engauge Digitizer.

3.2 Numérisation avec Engauge Digitizer

Le logiciel Engauge Digitizer permet de convertir des images des différents types (bmp, jpg, gif, ...) en un tableau contenant des valeurs facile à lire et à exploiter. Il nous permet aussi d'extraire plusieurs courbes simultanément de la même image.

Ce logiciel est d'une aide indispensable et essentielle pour la réalisation des étapes d'estimation de centre de gravité et surtout l'étape 2 de notre travail qui exige la connaissance des coordonnées de tous les points jouant le rôle des extrémités des divers polygones. Nous avons presque une centaine des points.

L'approximation de la position de centre de gravité de l'aéronef se traduit par la connaissance des trois ordonnées de ce point. D'où on aurait besoin de réaliser la numérisation de deux coupes de l'avion dans les plans latéral et longitudinal.

Le procédé de digitalisation de deux plans passe par des différentes étapes qui se résume comme suit :

- 1) Scanner l'image à traiter (*imprime/écran*);
- 2) Copier l'image dans le logiciel PAINT pour faire les modifications voulues (nomination des points, traçage du contour de l'objet) et par la suite sélectionner la partie voulue de l'image;
- 3) Enregistrer l'image modifiée dans un format bien déterminé, jpg par exemple
- 4) Ouvrir ce fichier avec le logiciel Microsoft Office Picture Manager pour améliorer surtout l'éclairage et le contraste;
- 5) Importer avec Engauge DIGITIZER l'image obtenue, comme il est illustré avec la Figure 3.2. Le graphique récupéré sera converti automatiquement en image noir et blanc.

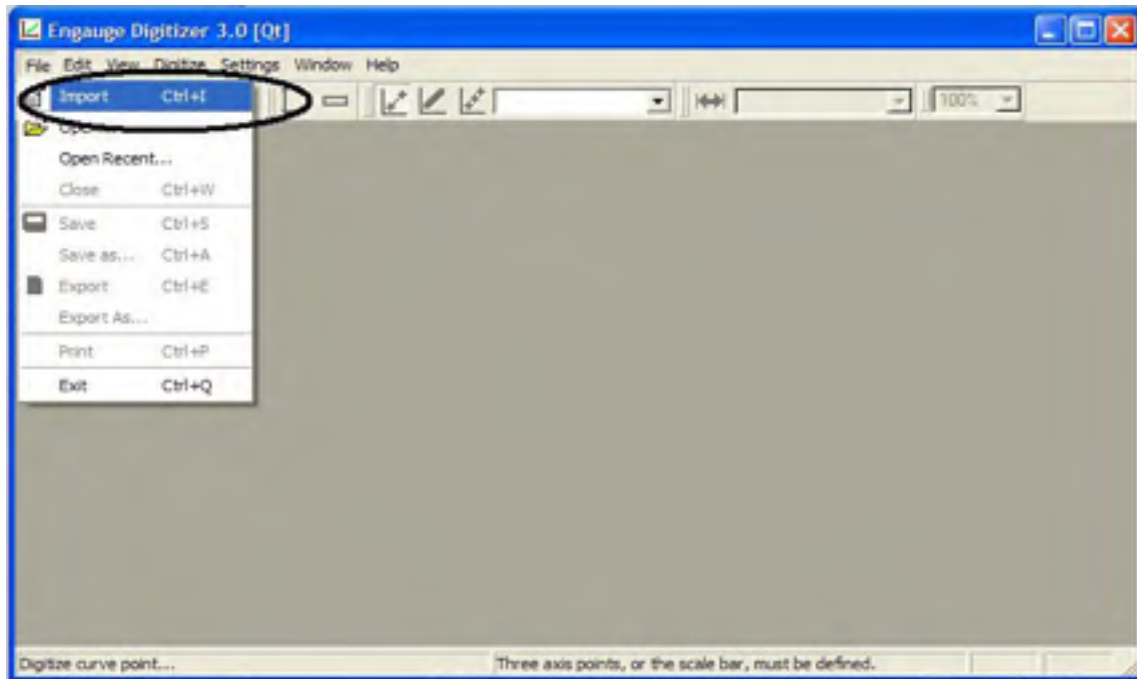


Figure 3.2 - importation de l'image à numériser

6) Choix de 3 points définissant le repère cartésien

Pour interpréter le graphique récupéré, il faut avant tout lui spécifier trois points quelconques, mais non alignés, dont on connaît leurs positions correspondantes dans un repère donné.

Un de ces trois points constitue l'origine du repère et ce point avec chacun des deux autres points définissent un axe du repère (X et Y). La Figure 3.3, la Figure 3.4, la Figure 3.5 et la Figure 3.6 montrent les étapes à suivre pour définir notre repère.

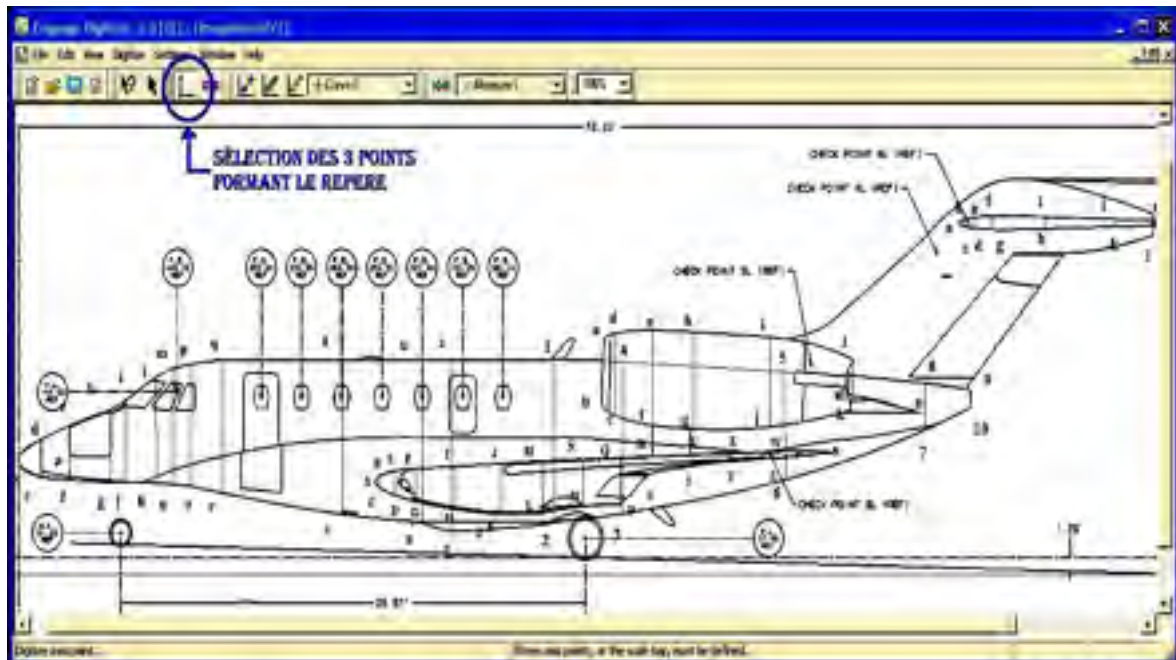


Figure 3.3 - Définition de trois points constituant le repère de numérisation adapté de (CAE Inc., 2012)

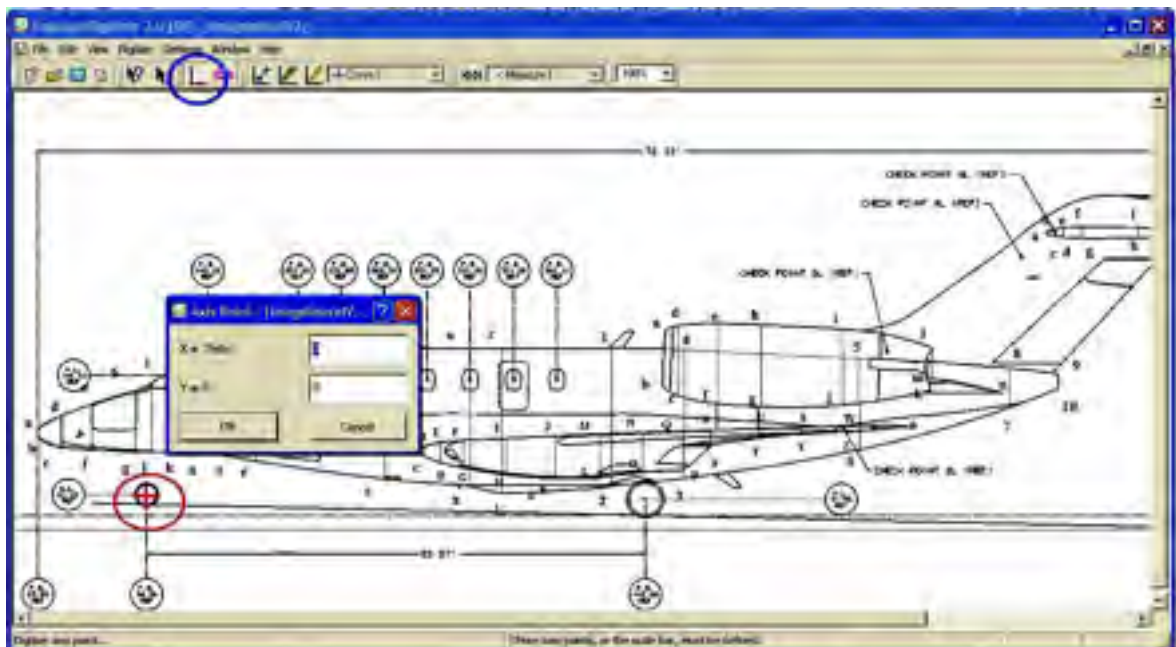


Figure 3.4 - Définition du premier point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)

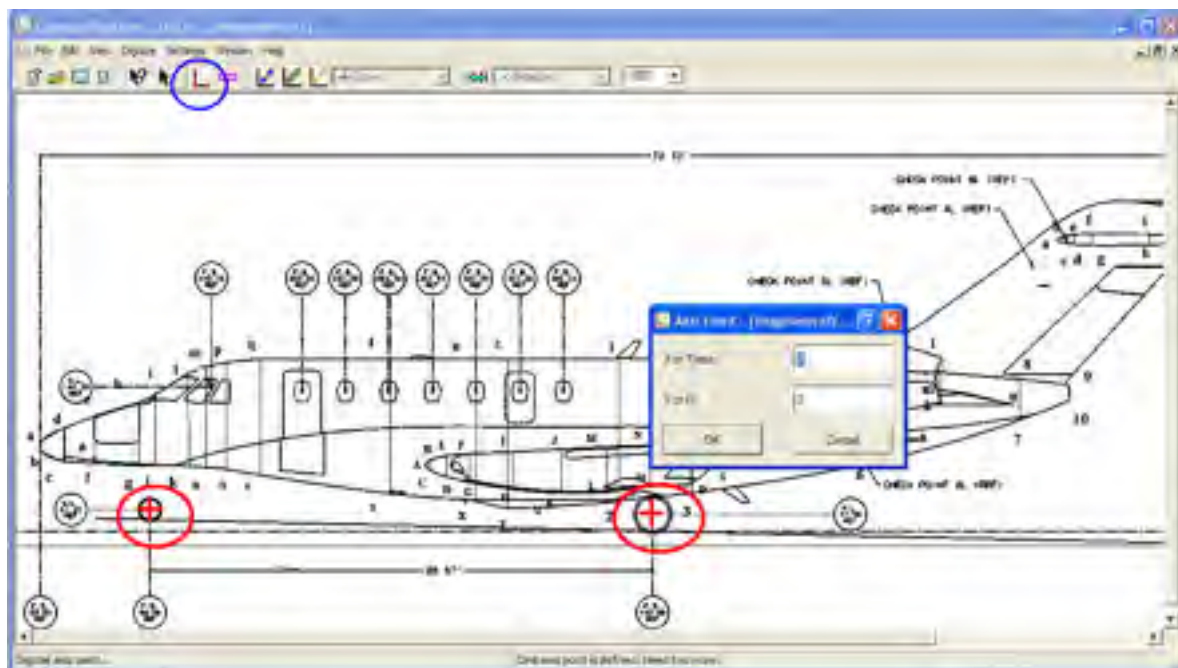


Figure 3.5 - Définition du deuxième point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)

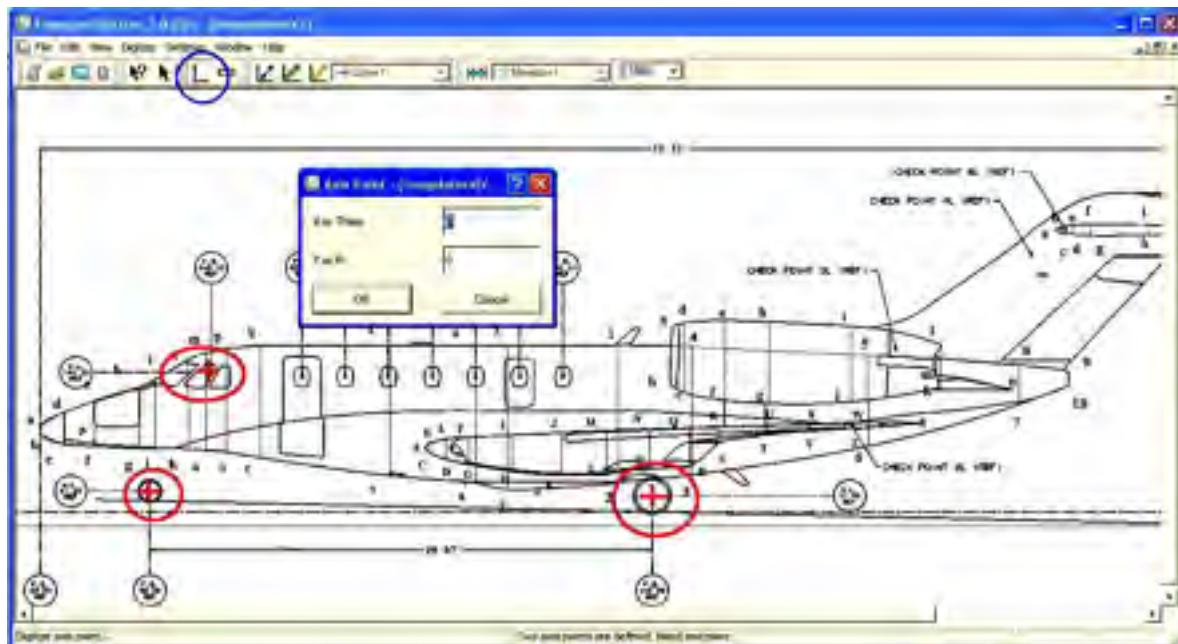


Figure 3.6 - Définition du troisième point du repère adapté de (CAE Inc., 2012)

7) Sélection et exportation des différents points de la courbe

Pendant cette étape, les points constituant les courbes ou les polygones à numériser et à récupérer sont sélectionnés manuellement point par point et polygone par polygone. La Figure 3.7 montre l'exemple de polygone « opqr » dont ces quatre points de contour o, p, q, et r sont sélectionnés : cette étape est trop lente et fastidieuse.

Une fois que tous les points d'un polygone sont sélectionnés, nous exportons le résultat sous le format d'extension .CSV afin d'être exploité tel que montré dans la Figure 3.8. Ce format peut être après modifié et manipulé selon notre besoin. Par exemple, on peut changer sa mise en page ou nommer ses colonnes et ses lignes ou même l'enregistrer sous un autre format (.xls) comme dans la Figure 3.9.

Seule la résolution de l'image originale influence la précision et la qualité des résultats obtenues mais dans ce travail ces résultats sont acceptables et corrects.

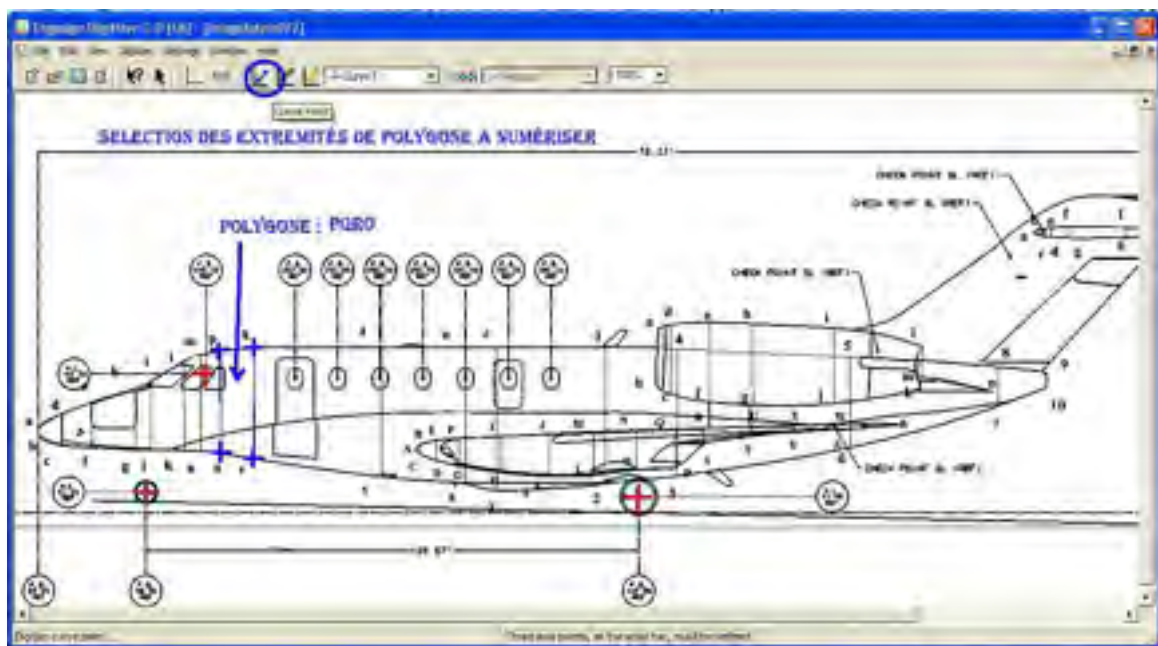


Figure 3.7 - Sélection manuelle des points à récupérer adapté de (CAE Inc., 2012)

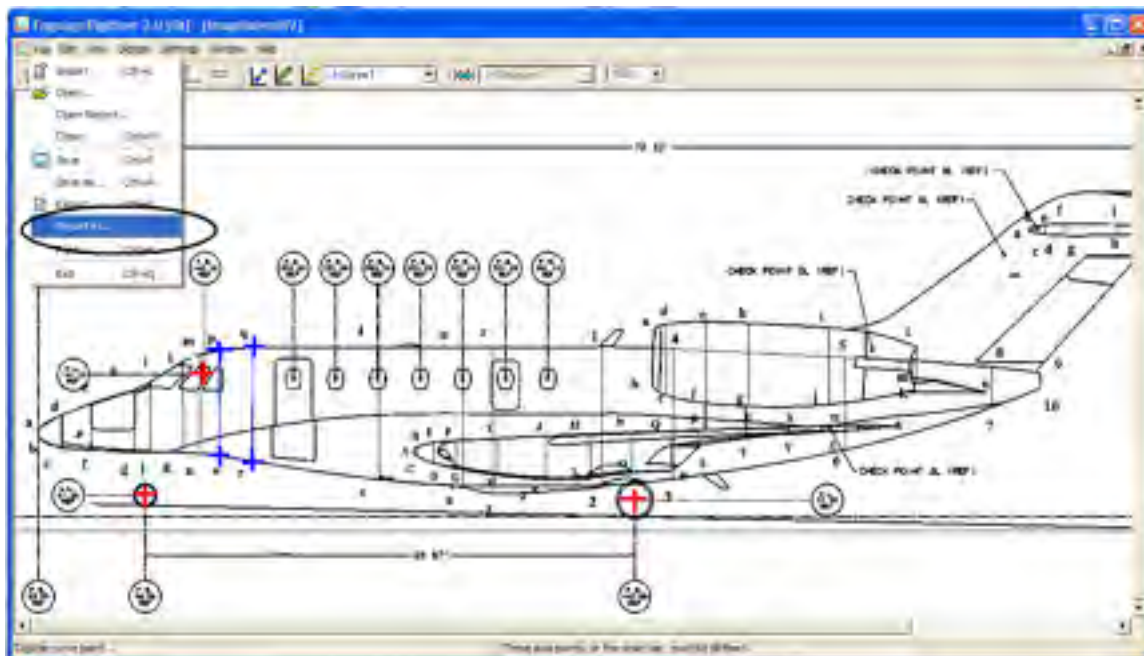


Figure 3.8 - Exportation des points sélectionnés adapté de (CAE Inc., 2012)

The image shows a screenshot of a CSV file export. The table has four columns: A, B, C, and D. The data is as follows:

	A	B	C	D
1	x	Curve1		
2	37.4005	37.4005		
3	127.586	-712.414		
4	127.586	-712.414		
5	343.236	88.6207		
6	383.024	43.7931		
7	383.024	43.7931		
8				
9				

The table is titled 'wingBL-WL' and the file is named 'D4'. The status bar at the bottom shows '100%' zoom.

Figure 3.9 - Exemple du fichier exporté sous forme .csv

3.3 Coupe latérale

Les sept sections constituant l'avion Cessna Citation X (aile, fuselage, nacelle et moteur, stabilisateur vertical et horizontal, fuel central, fuel de l'aile) sont montrées dans la Figure 3.10.

L'estimation des coordonnées du centre de gravité dans le plan latéral (X, Y) s'effectue de la même façon, sauf que la complexité de la coupe latérale m'a amenée à la sectionner en plusieurs polygones simples pour trouver avec une bonne précision les coordonnées de tous les points formant les extrémités de ces polygones. Le nombre des polygones par section diffère selon la complexité de la coupe de cette section.

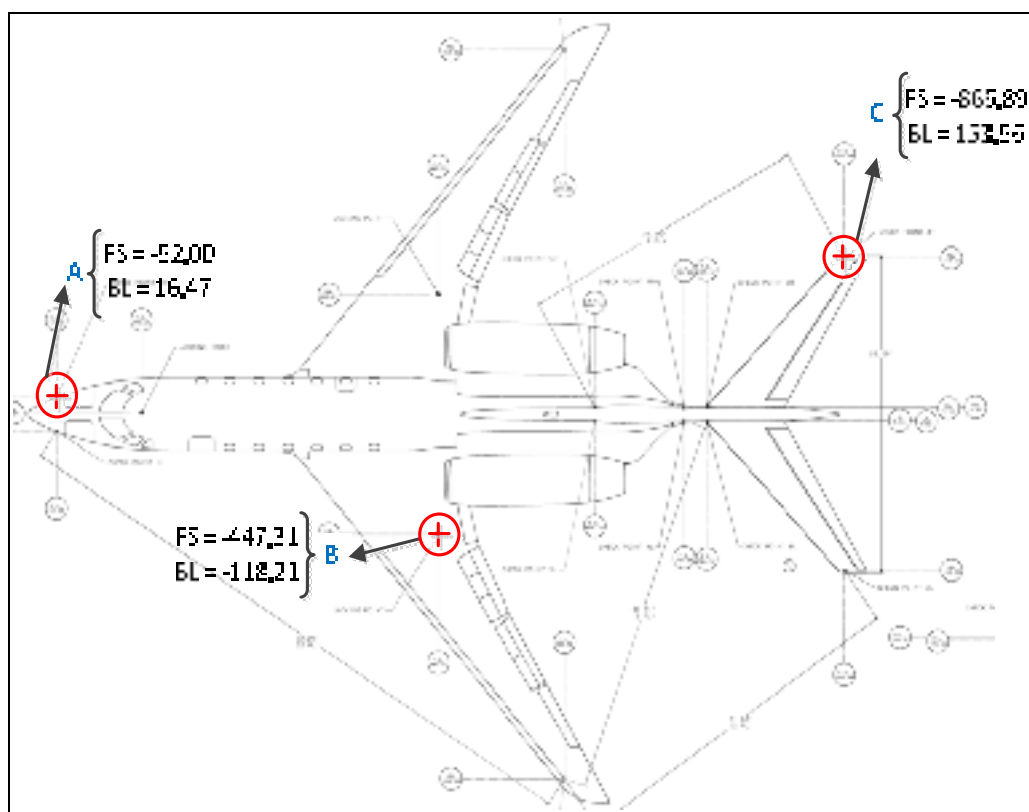


Figure 3.10 - Plan latéral de Cessna Citation X adapté de (CAE Inc., 2012)

Pour la numérisation des sections avec le logiciel Engauge Digitizer, il faut choisir trois points aléatoires et non alignés pour former le repère à partir duquel les sections seront numérisées.

Pour la coupe latérale, le repère est formé par les trois points A, B et C dont leurs coordonnées dans le repère de constructeur sont les suivantes et sont mesurées en pouce.

A (-52,00; 16,47)

B (- 447,31; -118,21)

C (- 866,89;153,56)

Ce repère de référence est utilisé pour la détermination des coordonnées des points des extrémités des polygones des sept sections de la coupe latérale de l'avion Cessna Citation X.

3.3.1 L'aile

La partie latérale de la section d'aile peut être divisée en deux polygones simples, plus précisément deux trapèzes ABCD et BCEF tel que montré dans la Figure 3.11.

Premièrement, les coordonnées des six points A, B, C, D, E, F, représentant les extrémités des deux trapèzes constituant la coupe latérale de l'aile, doivent être calculées. Pour les obtenir, il faut effectuer la numérisation polygone par polygone de la section de l'aile. (Voir Tableau-A I-4, en annexe I).

Les positions des centres de gravités de chacun de deux trapèzes sont approximées ensuite en appliquant les équations (3.1) et (3.2).

Ensuite, le centre de gravité de la section d'aile est trouvé suite au jumelage des deux centres de gravité de ces deux trapèzes et de leurs surfaces (les aires) grâce à l'application des équations (3.4) et (3.5).

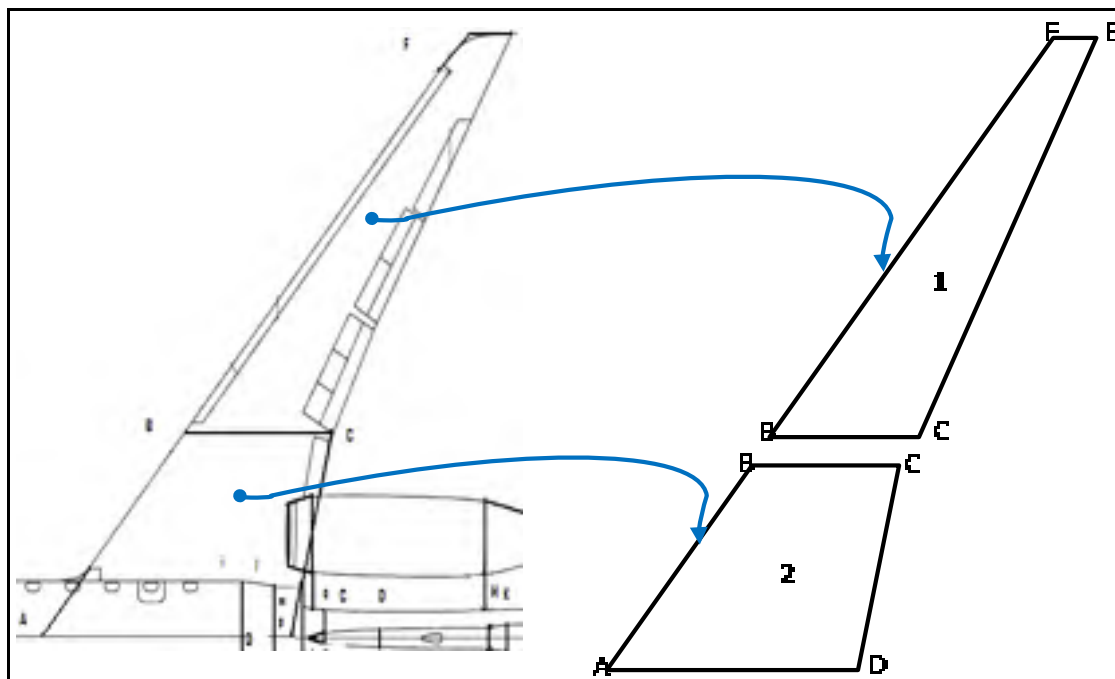


Figure 3.11 - Décomposition de l'aile en deux polygones

3.3.2 Nacelle-moteur

Le plan latéral de la section nacelle-moteur est divisé en sept polygones simples : cinq trapèzes et deux rectangles. Nous avons alors un total de dix-huit sommets (extrémités) pour cette section qui sont notés par : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, a, b, C, D, E, F, G, H, M, K. Leurs coordonnées respectives (Voir Tableau-A I-3, en annexe I) sont obtenues par la numérisation des sept polygones de la section nacelle-moteur qui sont montrés dans la Figure 3.12.

Suite à l'estimation des coordonnées de tous les points des extrémités, les positions des centres de gravité de sept polygones sont calculées en utilisant les équations (3.1) et (3.2). Ensuite, le centre de gravité de la section est déterminé par l'application des équations (3.4) et (3.5) reliant les surfaces des sept polygones avec les coordonnées de leurs centres de gravité.

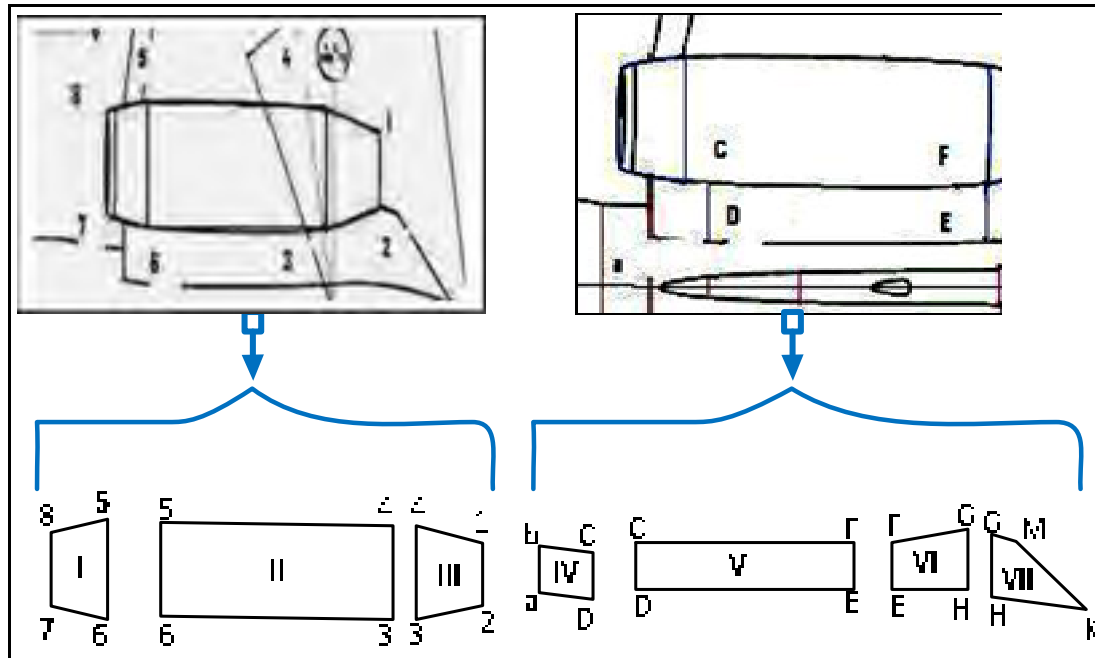


Figure 3.12 - Décomposition de section Nacelle-moteur en éléments simples

3.3.3 Fuselage

Le principe de calcul du centre de gravité pour le fuselage se fera de la même manière que celles présentés pour les autres sections majeures sauf que pour faciliter le calcul à cause de la grandeur de sa surface, on a opté pour sa découpe en onze polygones (abcd, cdef, efgh, ghij, ijkl, klmn, opqr,qrst, stxy, xyzw, zwu) de 24 points extrêmes distincts qui sont notés a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, x, y, z, w et u tel montré dans la Figure 3.13.

Puis, le centre de gravité de chaque polygone est calculé, avec les équations (3.1) et (3.2), selon les coordonnées des divers sommets qui ont été numérisés auparavant. (Voir Tableau-A I-6, en annexe I).

Les équations (3.4) et (3.5) sont ensuite utilisées pour estimer la position (X_{cgf} , Y_{cgf}) du centre de gravité du fuselage.

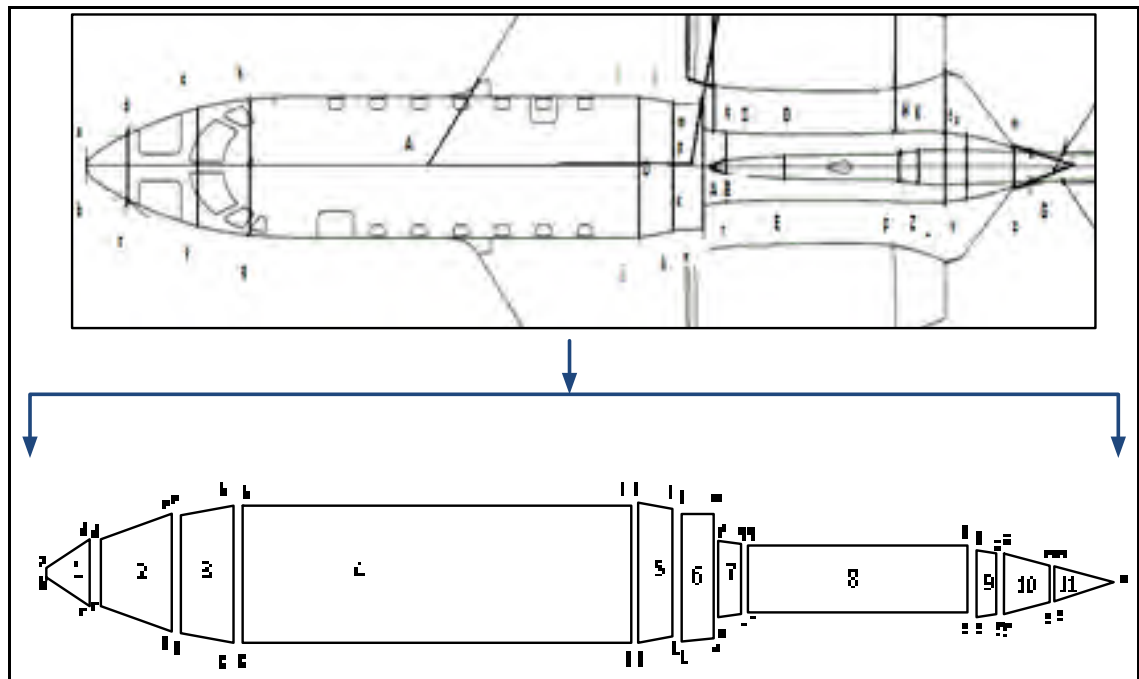


Figure 3.13 - Décomposition de coupe latérale du fuselage en polygones

3.3.4 Empennage horizontal

Le plan latéral de la section d'empennage horizontal est le moins compliqué. Nous avons juste besoin de représenter cet empennage par un seul polygone qui est un trapèze noté par GHIK et représenté dans la Figure 3.14.

Il faudrait juste déterminer les coordonnées de ces quatre points d'extrémités I, K, G et H.

Dès que ces coordonnées (Voir le Tableau-A I-2, en annexe I) sont obtenues, le centre de gravité du polygone GHIK est calculé à l'aide des équations (3.1) et (3.2).

Le centre de gravité du polygone obtenu coïncide avec le centre de gravité de la section de l'empennage horizontal vu que ce dernier est composé d'un seul polygone.

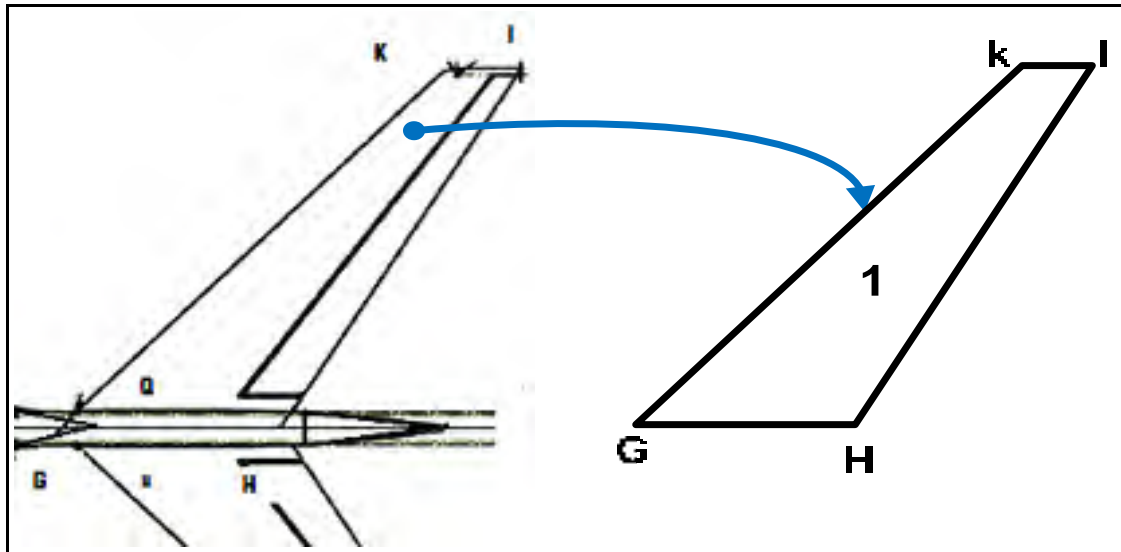


Figure 3.14 - Simulation de coupe latérale d'empennage horizontal en un trapèze

3.3.5 Empennage vertical

Contrairement à la coupe latérale d'empennage horizontal, la coupe d'empennage vertical a été divisée en six polygones : deux triangles, trois trapèzes et un rectangle qui sont notés abc, cded, defg, fghi, hijk, jkm tel montré dans la Figure 3.15.

Les coordonnées des douze points d'extrémités (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k et m) sont ensuite déterminées par la numérisation de tous les polygones constituant l'empennage vertical. (Voir Tableau-A I-1).

Puis, les équations (3.1) et (3.2) sont utilisées pour estimer les centres de gravités de tous ces polygones. Ensuite, l'estimation du centre de gravité de la section d'empennage vertical est réalisée en utilisant les équations (3.4) et (3.5).

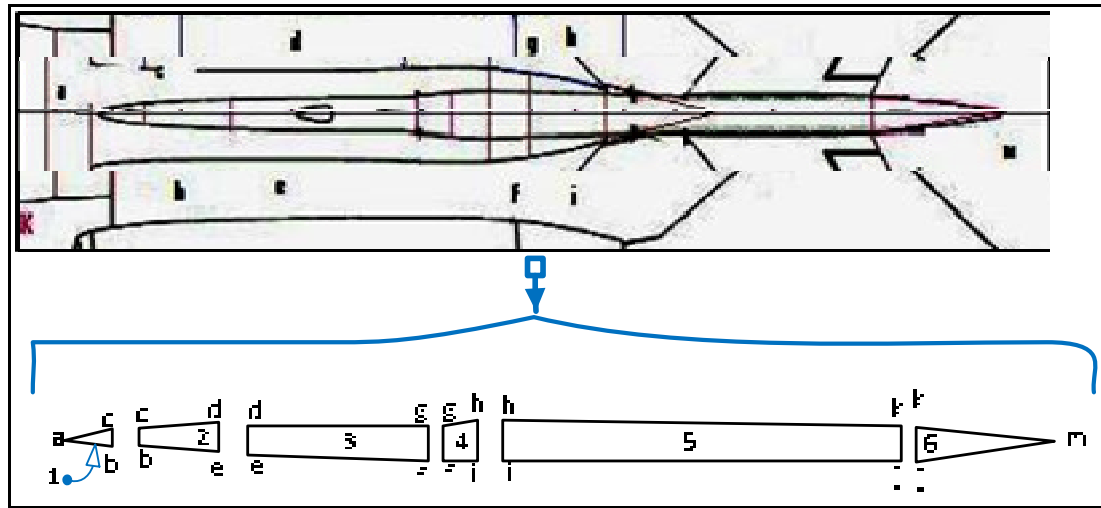


Figure 3.15 - Décomposition de la coupe latérale d'empennage vertical

3.3.6 Fuel central et fuel de l'aile

L'aéronef Cessna Citation X a trois réservoirs principaux : l'aile droite, l'aile gauche et le réservoir central.

Les réservoirs de l'aile droite et gauche constituent la section de fuel de l'aile, tandis que la section de « fuel central » englobe le fuel du réservoir central et de celui du réservoir de carénage avant qui sont liés par une ligne ouverte. Le réservoir de carénage avant est situé à un niveau supérieur que celui du central; permettant ainsi le transfert de fuel par gravité.

La coupe latérale de la section de fuel central est divisée en cinq polygones qui sont notés comme suit : 9101112, 3456, 57810, EFfe, ABCD tel montré dans la Figure 3.16.

Pour déterminer le centre de gravité de la section de « fuel central », il faut effectuer les étapes suivantes :

1. Numérisation des cinq polygones pour obtenir les coordonnées de tous leurs points d'extrémités qui sont 18 points distincts : 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, e, f, E, F, A, B, C, D;
2. Estimation des centres de gravité des cinq polygones par l'application des équations (3.1) et (3.2);

3. Estimation du centre de gravité de la section de fuel central en utilisant les équations (3.4) et (3.5).

La coupe latérale de la section de fuel de l'aile est divisée en deux trapèzes et un rectangle qui sont dénotés comme suit : 12XY, $z_1z_1z_1$, et X_1Y_143 . En effet, la section de fuel de l'aile est composée par deux parties (droite et gauche), mais vu qu'elle est symétrique il suffit de trouver le centre de gravité d'une seule partie.

Pour estimer le centre de gravité de la coupe latérale de la section de fuel de l'aile nous suivons les mêmes étapes que celles suivies pour trouver le centre de gravité de la coupe de section de fuel central (étapes 1, 2 et 3) et on utilise les mêmes équations.

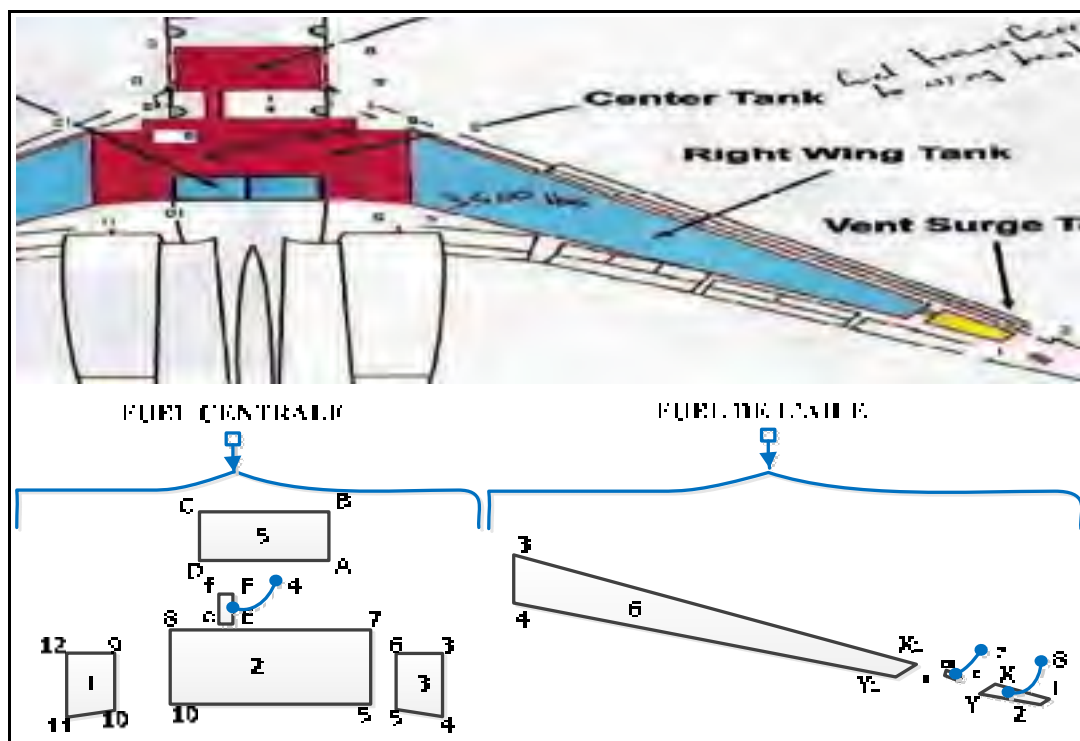


Figure 3.16 - Décomposition en éléments simples du réservoir du fuel central et de l'aile

3.4 Coupe longitudinale

De même manière que pour la coupe latérale de l'avion Cessna Citation X, pour sa coupe longitudinale on applique les mêmes types de calculs déjà mentionnés en haut pour l'estimation du centre de gravité de différentes sections tel que montré dans la Figure 3.17.

Pour la coupe longitudinale, le repère de référence est formé par les trois points suivants :

D (-98,08;-61,26)

E (-442,08;-57,96)

F (-140,02;-144,5)

C'est le même repère de référence utilisé pour la détermination des coordonnées des toutes les sections de la coupe longitudinale de l'avion Cessna Citation X données avec le logiciel de numérisation Engauge Digitizer.

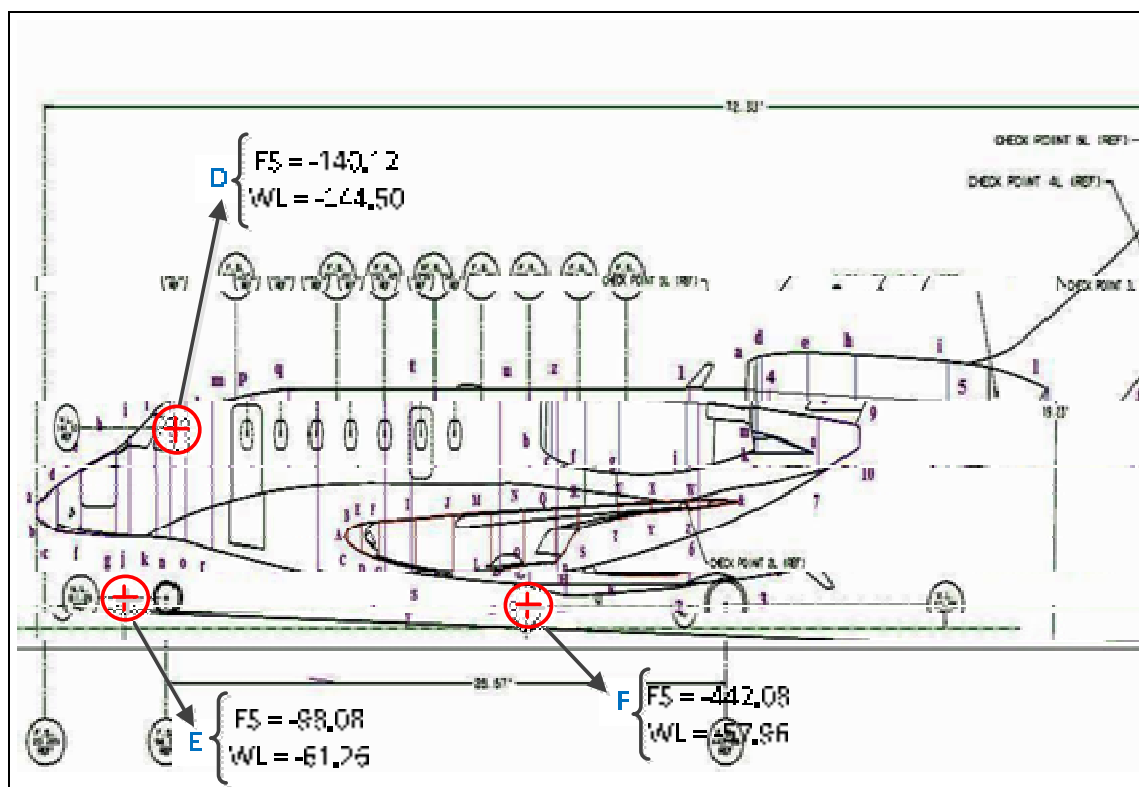


Figure 3.17 - La coupe longitudinale de l'avion Cessna Citation X

3.4.1 Aile

La partie longitudinale de section de l'aile est plus compliquée que sa partie latérale car elle est composée de treize polygones au lieu de deux seulement dans le plan latéral.

Ces treize polygones sont : ABC, BCDE, DEFG, FGHI, IHKJ, JKLM, MLON, ONQP, PQRS, RSTU, UTYX, XYZW et WZ& et sont montrés dans la Figure 3.18.

Pour ces polygones, on a vingt-six points d'extrémités : A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, J, M, L, O, N, P, Q, R, S, U, T, X, Y, W, Z et & dont leurs coordonnées sont à déterminer. (Voir Tableau-A I-4).

Ces treize polygones ont été numérisés pour déterminer les coordonnées des toutes leurs extrémités, par la suite les positions des centres de gravités de tous les polygones ont été calculée en appliquant les équations (3.1) et (3.3).

Finalement, à l'aide des équations (3.4) et (3.6), le centre de gravité de l'aéronef a été estimé.

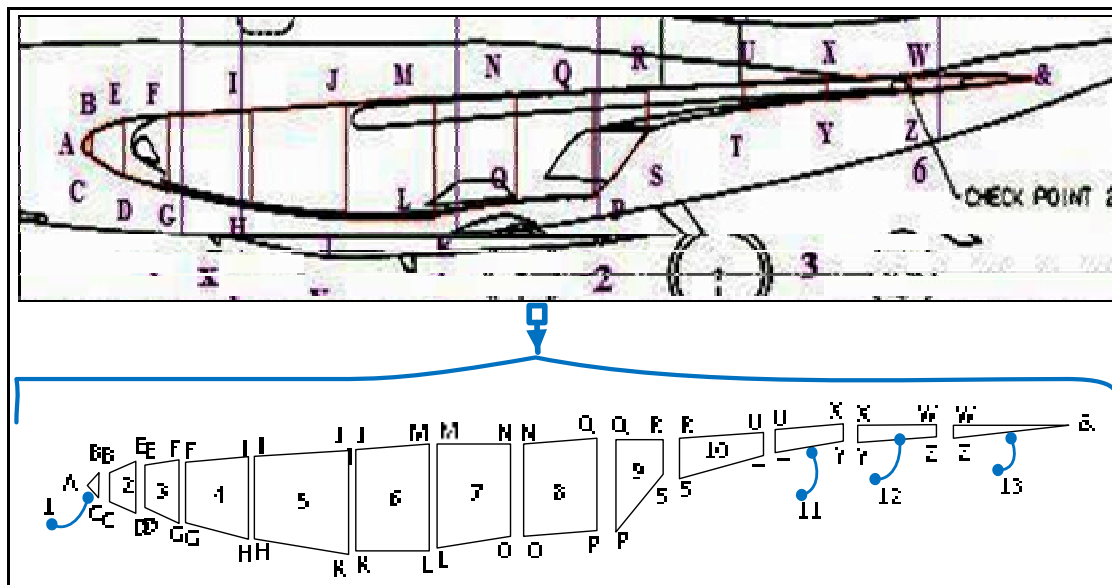


Figure 3.18 - La coupe longitudinale de la section de l'aile de Cessna Citation X

3.4.2 Fuselage

La section longitudinale du fuselage est beaucoup plus compliquée que celle de sa section latérale. Elle constitue la partie la plus grande et la plus complexe de l'avion.

La section longitudinale du fuselage est divisée en 16 polygones dont tous sont des trapèzes tel que représenté dans la Figure 3.19.

Ces 16 trapèzes ont été numérisés pour déterminer les coordonnées de leurs 34 extrémités distinctes (voir Tableau-A I-5, en l'annexe I). Suite à la détermination de ces coordonnées, les positions des différents centres des gravités des divers polygones formant la section du fuselage ont été estimées en se servant des équations (3.1) et (3.3) exprimées en fonction des coordonnées des extrémités des trapèzes.

Le centre de gravité (X_{cg} , Z_{cg}) de la section de fuselage a été estimé à l'aide des équations (3.4) et (3.6) donnant le centre de gravité de la section en fonction des centres de gravités de polygones et de leurs surfaces correspondantes.

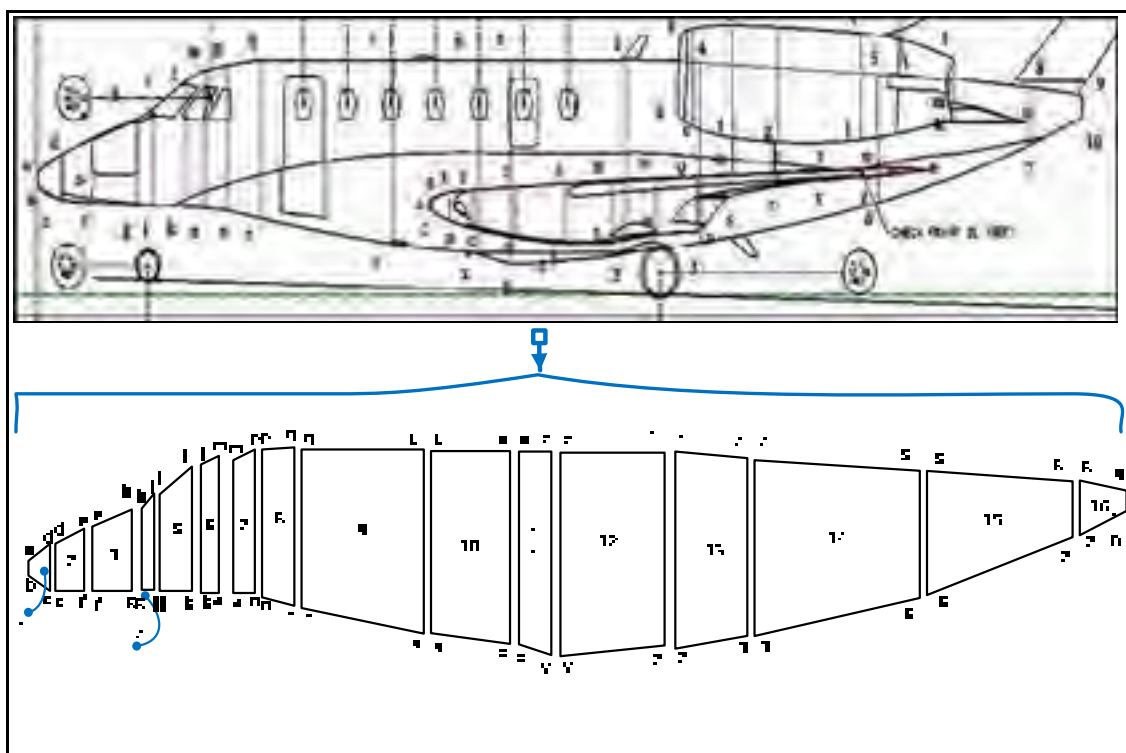


Figure 3.19 - La division de la coupe longitudinale de section du fuselage

3.4.3 Nacelle-moteur

La coupe longitudinale de section de nacelle-moteur est composée de six polygones : abcd, cdef, efgh, ghij, ijkl et kmn tel que montré dans la Figure 3.20.

Par la numérisation de ces six polygones, les coordonnées des quatorze points d'extrémités : a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m et n ont été déterminées. (Voir Tableau-A I-3, en annexe I).

Puis, les centres de gravités de tous ces polygones ont été calculés en appliquant les équations (3.1) et (3.3). Ensuite, le centre de gravité de la section de nacelle-moteur a été déduit en se basant sur les équations (3.4) et (3.6).

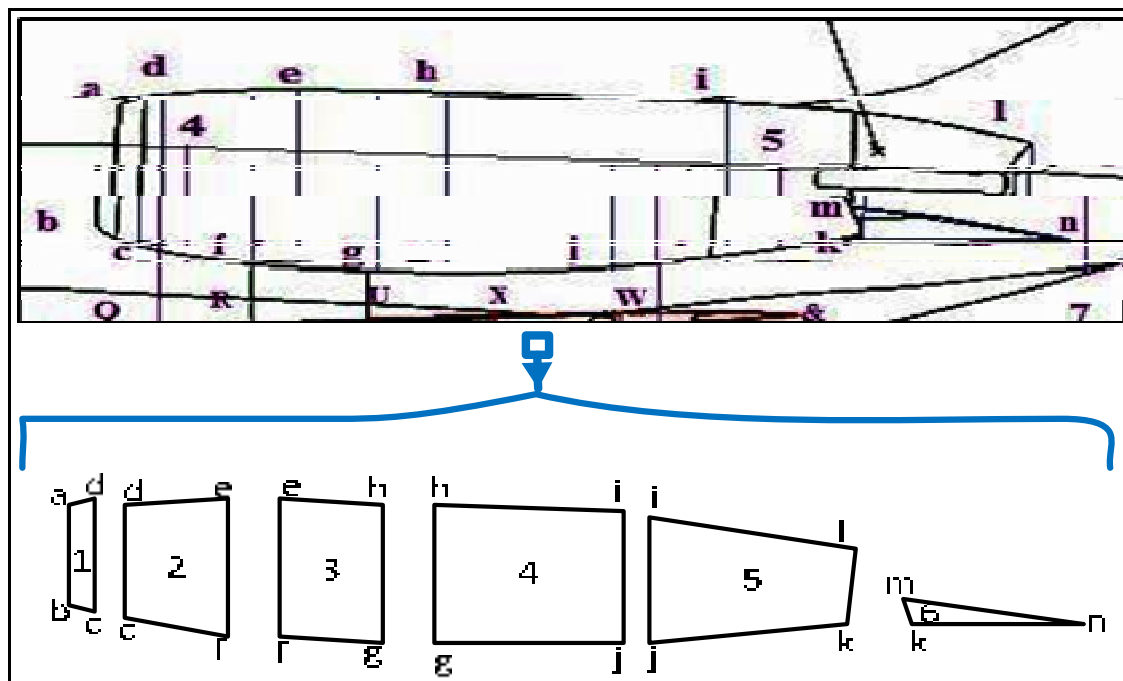


Figure 3.20 - La coupe longitudinale de section de nacelle-moteur

3.4.4 Empennage horizontal

La coupe longitudinale d'empennage horizontal est plus complexe que sa coupe latérale. Pour le cas de sa coupe latérale nous avons besoin juste de simuler l'empennage horizontal

par un seul trapèze. Et par la suite le centre de gravité de polygone devient lui-même le centre de gravité de la section d'empennage horizontal.

Dans le cas de l'actuelle coupe (longitudinale), il faudrait diviser la section d'empennage horizontal en sept polygones (deux triangles, quatre trapèzes, un rectangle) qui sont notés abc, bcde, defg, fgih, ihjk, jklm et enfin mln tel que montré dans la Figure 3.21.

Suite à la numérisation des tous ces polygones, toutes les coordonnées de leurs extrémités : a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, et n. ont été obtenues. Les valeurs sont représentées en annexe I dans le Tableau-A I-2.

Pour déterminer les centres de gravités de ces sept polygones, les équations (3.1) et (3.3) sont appliquées. Dans le but de calculer le centre de gravité de la section, les équations (3.4) et (3.6) ont été utilisées.

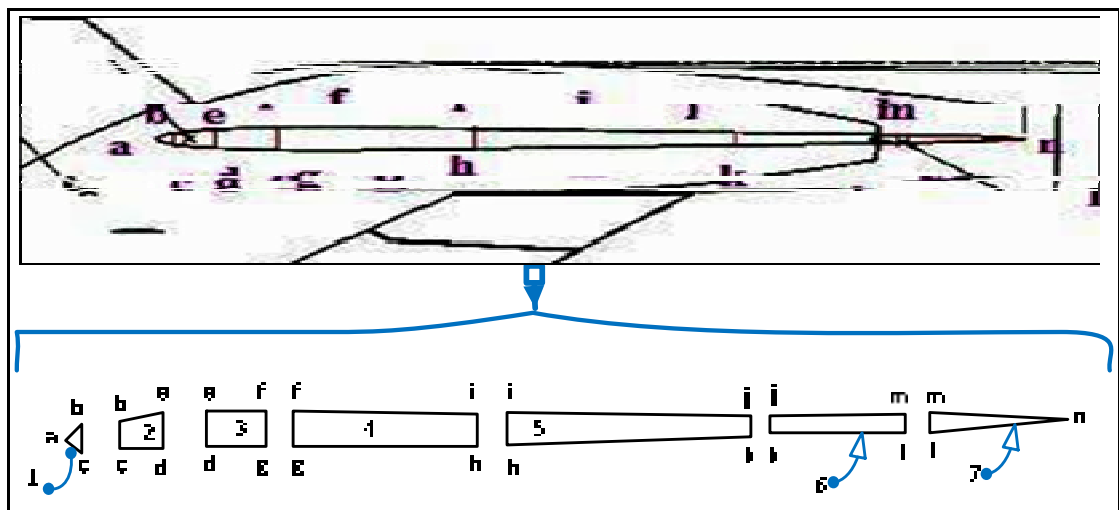


Figure 3.21 - La coupe longitudinale d'empennage horizontal

3.4.5 Empennage vertical

Nous appliquons le même principe d'estimation de centre de gravité pour la coupe longitudinale d'empennage vertical que pour les autres sections.

La section d'empennage vertical est divisée en quatre polygones : A, B, C, et D. Voir Figure 3.22 avec leurs extrémités : 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 et 19 tel que montré en annexe I dans le Tableau-A I-1.

Suite à la détermination des coordonnées de ces points, les centres de gravité de ces quatre polygones simples ont été estimés par application des équations (3.1) et (3.3). Et pour en déduire le centre de gravité de la section d'empennage vertical, les équations (3.4) et (3.6) ont été utilisées.

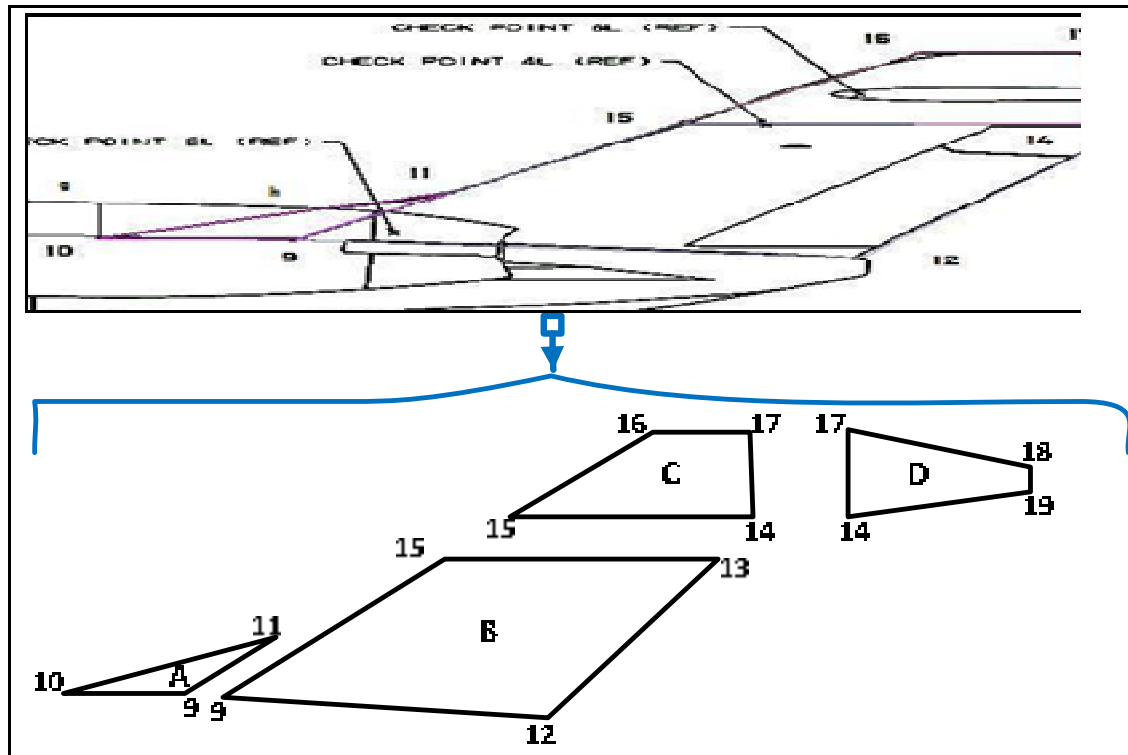


Figure 3.22 - La coupe longitudinale d'empennage vertical

3.4.6 Fuel central et fuel de l'aile

Pour estimer l'ordonnée Z des centres de gravité de section de fuel de l'aile dans le plan (Y , Z) on a utilisé une coupe de vue de face de l'aile obtenue par une étude de son profil.

L'étude est basée sur deux hypothèses principales :

- L'épaisseur de l'aile est égale à l'épaisseur de son réservoir;
- La longueur du réservoir de l'aile est approximative (au niveau d'EF).

La section de l'aile est divisée en deux polygones nommés ABCD et CDEF tel est montré dans la Figure 3.23. Dans le but d'estimer le centre de gravité de cette section, les mêmes

étapes utilisées pour le cas de la coupe longitudinale des autres sections de l'avion ont été réalisées.

Le calcul du centre de gravité de la coupe longitudinale de la section de fuel central est basé sur le calcul des dimensions par la déduction de la profondeur de réservoir des données de profondeur de fuselage et capacité (volume) totale de réservoir central.

L'ordonnée Z du centre de gravité de réservoir central est simulée à la moitié de la moyenne de la profondeur du réservoir central.

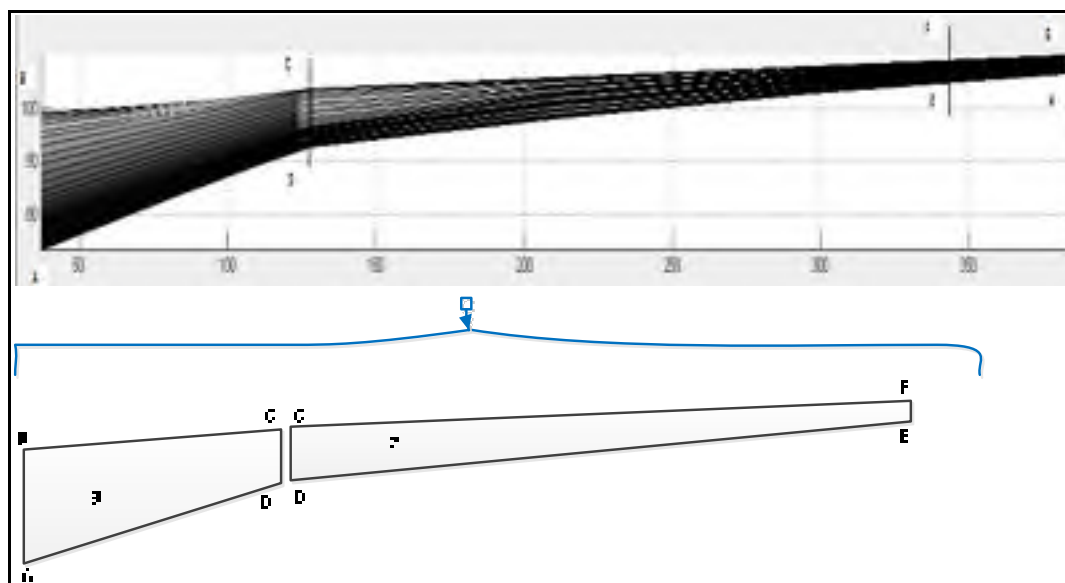


Figure 3.23 - Vue de face pour le fuel de l'aile

CHAPITRE 4

METHODOLOGIE D'ESTIMATION DES MOMENTS D'INERTIE DE L'AÉRONEF CESSNA CITATION X

4.1 Introduction

Les analyses des performances, de la stabilité et du contrôle des aéronefs dépendent non seulement de leurs masses, mais aussi de leur répartition. Ce concept de la distribution de la masse se reflète dans le moment d'inertie.

Les pages suivantes présentent une discussion sur les méthodes du calcul des moments d'inertie avec les hypothèses et conclusions utilisées dans l'évolution de la méthode DATCOM, et une discussion de la méthode DATCOM en détails avec un résumé montrant la procédure à suivre étape par étape lors de son utilisation.

Cette méthode s'applique à tous les aéronefs de combat et de transport existants, y compris ceux avec une conception (design) non-conventionnelle. Dans le cas où les configurations de différents avions s'améliorent, cette méthode devrait être modifiée.

Les outils nécessaires sont :

- Le poids et le contrepoids de l'aéronef;
- Les trois vues (planes) de l'aéronef;
- Une certaine connaissance des caractéristiques de conception de l'avion.

La précision des résultats devrait se trouver entre les limites des tolérances requises pour tout projet préliminaire de conception.

Dans le présent chapitre, on va présenter la méthode DATCOM pour l'estimation des moments d'inertie de l'avion Cessna Citation X. certaines parties de ce chapitre seront plus détaillées que d'autres en fonction de leur importance et de leur complexité.

4.2 Les étapes d'estimation des moments d'inerties de l'avion Cessna Citation X par la procédure DATCOM

L'inertie d'un corps autour d'un axe dépend de trois facteurs fondamentaux :

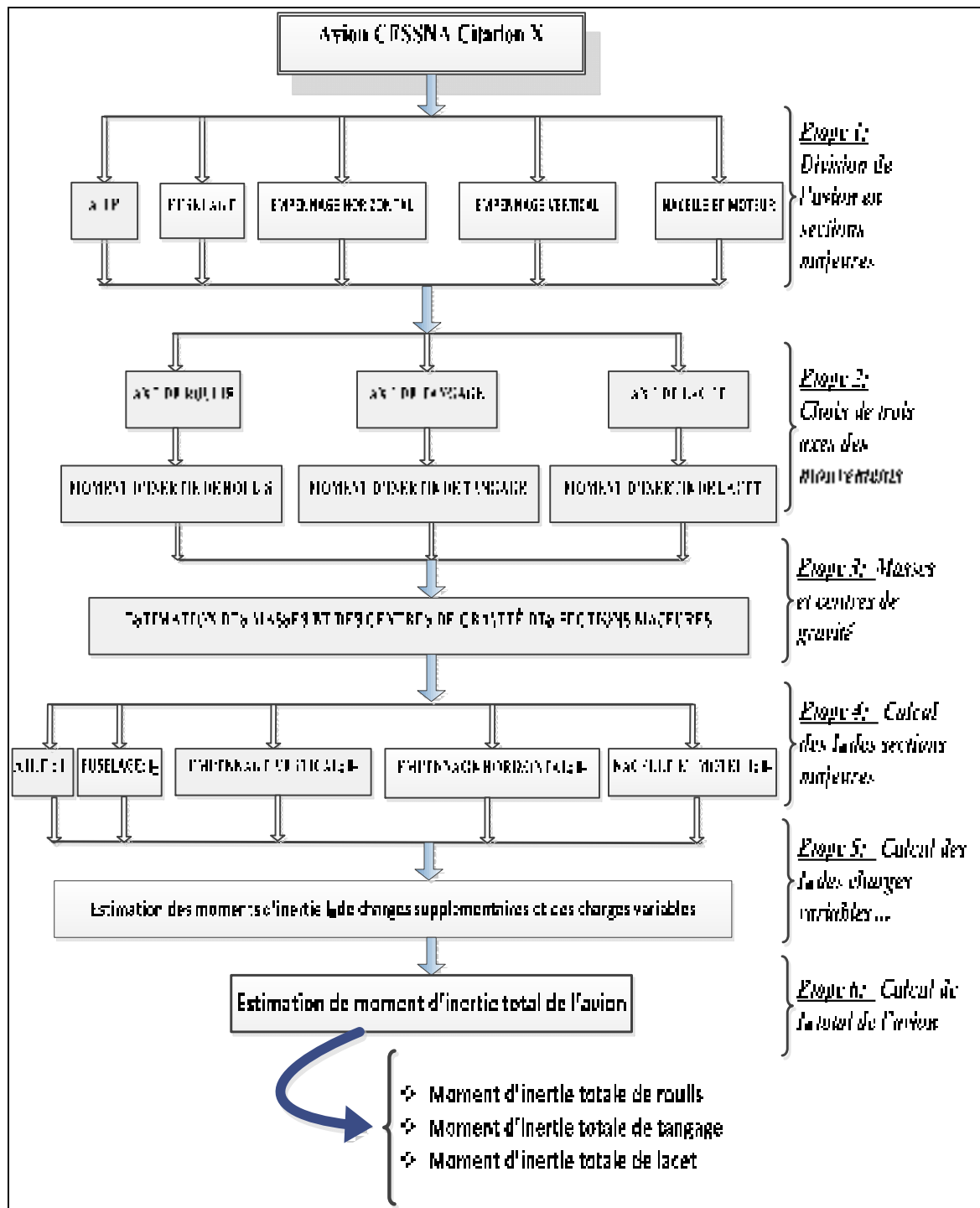
- la masse de l'objet;
- la distance séparant l'objet de son axe de rotation;
- l'inertie de l'objet autour de son propre axe central.

Si l'un de ces facteurs est ignoré, le calcul du moment d'inertie ne sera pas précis.

La méthode de DATCOM consiste dans la détermination de la masse et du centre de gravité pour chaque section de l'aéronef. Puis, en utilisant les équations portant sur les paramètres de la taille, de la forme, de la masse et des centres de gravité, on calcule les valeurs d' I_0 pour chacune de ces sections. Après finalisation de ces calculs, les moments d'inertie totaux autour d'un axe et les moments d'inertie totaux au centre de gravité peuvent être déduits par des équations bien déterminées qui vont être présentés plus tard.

Il est important à noter que les formules de I_0 sont basées sur un avion dans une configuration train rentré avec des articles consommables et variables, tels que le carburant, des marchandises et des passagers, supprimés, car il est impossible de prédire les configurations d'aéronef pour lesquelles l'inertie sera nécessaire.

L'estimation du moment d'inertie de l'avion Cessna Citation X s'effectue principalement en cinq étapes. Parfois, on aura besoin d'ajouter une 6^{ième} étape pour tenir compte des charges variables et supplémentaires. Ces étapes sont présentées clairement dans l'organigramme de la Figure 4.1. Cet organigramme résume les étapes à suivre pour estimer les moments d'inertie selon la procédure de DATCOM.



4.2.1 Division de l'avion Cessna Citation X en plusieurs sections majeures

La première étape de la procédure DATCOM consiste dans la division de l'avion en plusieurs sections.

Le temps nécessaire, pour calculer les moments d'inertie, et la précision du calcul sont directement proportionnels au nombre de sections dans lesquelles l'avion est divisé (Finck, R. D., 1978).

Par conséquent, le meilleur choix du nombre des sections est celui qui sépare l'avion dans le plus petit nombre de sections nécessaires pour maintenir une similarité suffisante de distribution de masse, et par la suite permet une corrélation paramétrique valide. Ce choix est réalisé de telle sorte que les valeurs I_0 peuvent être calculées facilement et précisément.

Le nombre de sections dans lesquelles l'avion est divisé dépend de la quantité d'informations et des détails disponibles.

L'aéronef a été divisé en cinq grandes sections, comme suit :

- Aile;
- Fuselage;
- Stabilisateur horizontal;
- Stabilisateur vertical;
- Nacelle et moteur.

4.2.2 Choix de trois axes des mouvements

Dans cette partie, nous allons définir le repère par rapport auquel les coordonnées géométriques des différents points de l'avion ont été définies.

La Figure 4.2 illustre le repère de référence nommé aussi « repère de constructeur », tel que défini dans les graphiques des données de l'avion Cessna Citation X.

L'origine de ce repère est située au point O de sorte que les coordonnées du nez de l'avion sont ($FS = -23, 20$; $BL = 0$; $WL = -103,53$). Ses axes sont définis comme suit :

- L'axe FS (axe longitudinal = « *Fuselage Station* ») décrit les coordonnées des positions des points selon l'axe longitudinal de l'avion. La position de l'axe de référence FS est généralement spécifiée par le constructeur de l'avion, et se trouve en

face et en dessous du nez de l'avion. Elle est utilisée pour spécifier la position d'un point sur l'aéronef en référence à la station de fuselage. Elle se situe dans le plan de symétrie de l'avion dont son sens positif correspond à l'orientation vers la direction de vol : toutes les abscisses de différentes positions de l'avion sont alors négatives;

- L'axe *BL* (l'axe latéral = « *Butt Line* ») illustre les coordonnées des points selon l'axe latéral de l'aéronef. La position de référence *BL* est généralement spécifiée par le constructeur de l'avion, et se trouve en face et en dessous du nez de l'avion. Elle est utilisée pour spécifier la position d'un point sur l'avion en référence à la ligne de bout, et a le signe positif de côté de l'aile droite et négatif de côté de l'aile gauche;
- L'axe *WL* (bout de ligne = « *Water Line* ») indique les coordonnées des positions des points selon l'axe vertical de l'aéronef. La position de référence *WL* est généralement spécifiée par le constructeur de l'avion, et se trouve en face et en dessous du nez de l'avion. Elle est utilisée pour spécifier la position d'un point sur l'aéronef en référence au niveau d'eau. Elle est positive vers le bas et négative vers le haut.

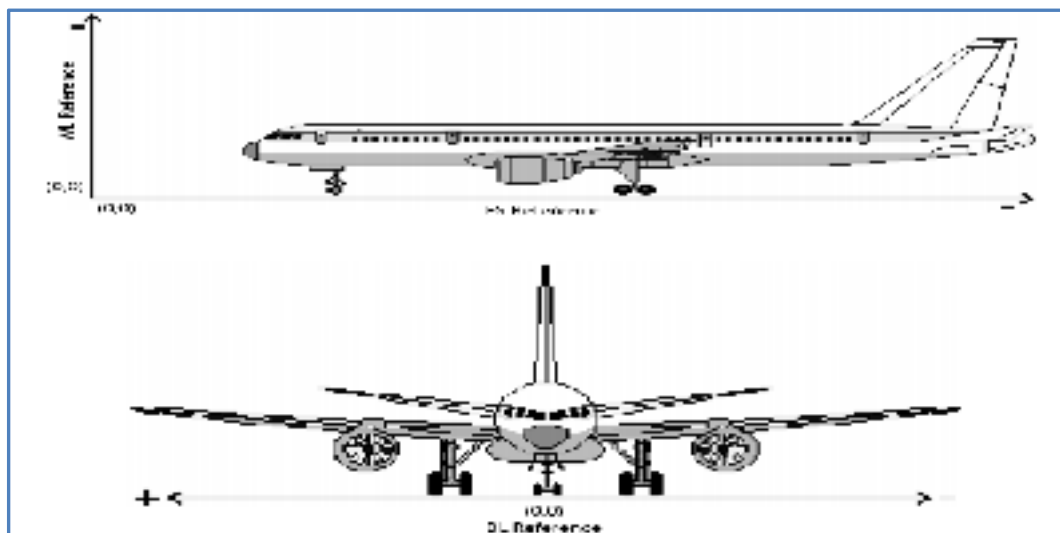


Figure 4.2 - Le repère de constructeur (FS, BL, WL) (CAE Inc., 2005)

L'utilisation du repère de constructeur aboutit à des valeurs négatives des coordonnées des positions (plus précisément les coordonnées selon l'axe *FS* et l'axe *WL*).

Le repère doit être choisi de façon que les moments d'inertie (de tangage, de roulis, de lacet) puissent être calculés. L'origine de ces trois axes doit être situé de telle façon que les distances par rapport aux centres de gravité des sections majeures soient positives et doit être situé dans le plan de symétrie de l'avion. Ce type de localisation facilite et simplifie les calculs et minimise ainsi les erreurs.

Par conséquent, on doit faire un changement du repère (de base) pour satisfaire ces conditions. Soit $R_1(X, Y, Z)$ le nouveau repère à utiliser. Il suffit ainsi de déterminer la matrice de passage P du repère du constructeur au nouveau repère R_1 et ensuite utiliser cette matrice pour effectuer les changements de coordonnées.

Pour déterminer la matrice P , il suffit d'exprimer les vecteurs de la nouvelle base en fonction des vecteurs de la base formant le repère du constructeur comme suit :

$$\begin{cases} X = -FS \\ Y = BL \\ Z = -WL \end{cases} \rightarrow P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La Figure 4.3 représente le nouveau repère $R_1(X, Y, Z)$ à utiliser pour la détermination des coordonnées des différentes positions des points de l'aéronef et pour effectuer les mesures nécessaires à l'estimation des moments d'inertie.

Il est à noter que ce repère R_1 a la même origine que celui de repère du constructeur déjà mentionné plus haut. Mais les axes X et Z sont respectivement les opposés de FS et WL .

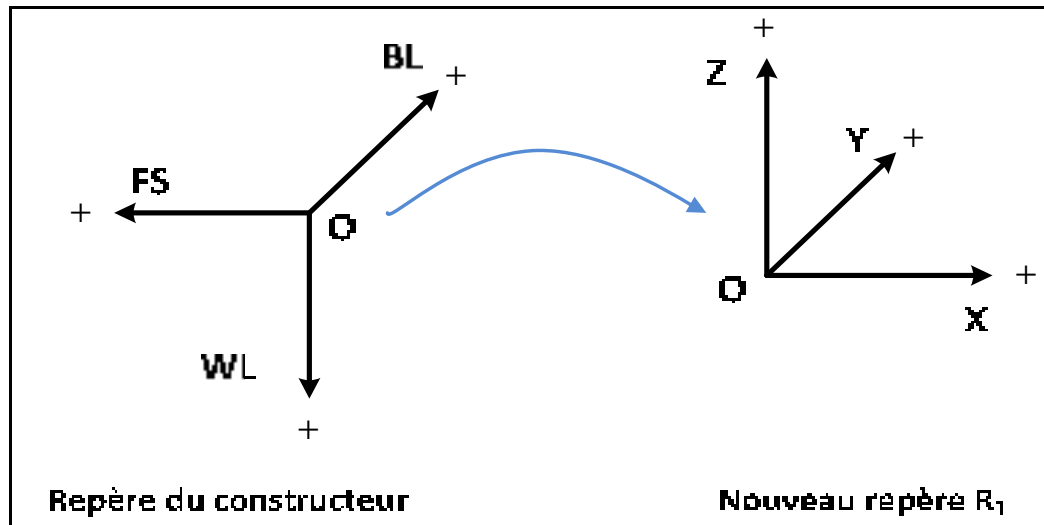


Figure 4.3 - Définition du nouveau repère du calcul

Une fois le repère à utiliser est défini, la précision de l'unité de mesure des données nécessaires pour satisfaire notre objectif est recommandée.

On a deux types de données qui sont utilisés dans notre projet : le premier type des données est les paramètres géométriques définissant les divers composants de l'avion ou plus précisément ses sections majeures (l'aile, le fuselage, la nacelle et le moteur, etc.). Pendant que le deuxième type des données est constitué par les coordonnées des points constituant le contour des différents éléments de l'aéronef.

4.2.3 Estimation des masses et des centres de gravité des sections majeures

La méthode de DATCOM nécessite une connaissance détaillée des masses et des centres de gravité des composants de l'aéronef.

Les masses et les centres de gravité des sections majeures sont deux paramètres fondamentaux pour l'estimation des moments d'inertie.

La détermination de ces deux paramètres, nécessite beaucoup du travail, divers détails et informations. C'est la raison pour laquelle, deux chapitres complets sont dédiés aux calculs de ces deux paramètres.

Étant donné que dans le chapitre 2, on a défini en détails les conventions établies ainsi que les procédures poursuivies pour l'estimation des masses, nous résumons dans ce qui suit la

méthodologie suivie pour déterminer ce facteur fondamental par l'application de la procédure décrite par *Raymer* (Raymer, 2006).

Cette méthode consiste à déterminer séparément les masses des 14 éléments constituant l'aéronef, qui sont énumérés dans la liste suivante :

1. Aile;
2. Train d'atterrissage principal (« *Main-landing-Gear* »);
3. Train d'atterrissage avant (de nez) (« *Nose-Landing-Gear* »);
4. Hydrauliques (« *Hydraulics* »);
5. Électriques (« *Electrical* »);
6. Avionique (« *Avionics* »);
7. Système d'air conditionné et dégivrage (« *Air-conditionning and anti-ice* »);
8. Installation du moteur entier (« *Installed engine total* »);
9. Fuselage;
10. Les commandes de vol (« *Flight controls* »);
11. Empennage horizontal (« *Horizontal Tail* »);
12. Empennage vertical (« *Vertical Tail* »);
13. Le système du fuel (« *Fuel system* »);
14. Équipements (aménagements) (« *Furnishings* »);

En plus de ces 14 éléments, on a déterminé les masses de quatre autres; ce sont les différentes parties de fuel :

15. Quantité utilisable de fuel central;
16. Quantité inutilisable de fuel central;
17. Quantité utilisable de fuel d'aile;
18. Quantité inutilisable de fuel d'aile.

Les masses, des 14 premiers éléments cités, sont ensuite déterminées en appliquant les équations données par Raymer. Puis, elles seront réparties entre les cinq sections déjà mentionnées plus haut sans oublier les deux sections supplémentaires de fuel (fuel central et fuel de l'aile) dont leurs masses sont obtenues des performances ou des données générales

spécifiques de l'avion. On détermine ainsi les masses de ces sections majeures constituant l'avion Cessna Citation X.

Concernant, les positions des centres de gravité, elles sont étudiées en détail dans le troisième chapitre. En résumé, l'estimation de centre de gravité de l'avion Cessna Citation X s'effectue en quatre étapes principales.

Les sept sections majeures sont :

1. L'aile;
2. Fuselage;
3. Nacelle et moteur;
4. Empennage horizontal;
5. Empennage vertical;
6. Fuel central;
7. Fuel de l'aile.

Chacune des sept sections a été découpée en plusieurs polygones simples. Le nombre de ces derniers dépend de la complexité de la section. Ce découpage est nécessaire pour pouvoir appliquer les équations issues des méthodes mathématiques de la mécanique d'ingénieurs (Ugural, 2007; Alexander A., 2004; « Centre de masse d'une plaque homogène », 2014).

Par l'application des équations (3.1), (3.2) et (3.3), on détermine les positions des centres de gravité de chaque polygone en fonction des coordonnées des points de contour représentant ses extrémités. Ensuite, la position du centre de gravité de la section est déduite en fonction des positions des centres de gravité de tous les polygones qui la constitue ainsi que de leurs surfaces correspondantes. Cette relation est définie par les équations (3.4), (3.5) et (3.6). Finalement, le centre de gravité de l'aéronef est estimé en utilisant les équations (3.7), (3.8) et (3.9). Ces dernières équations expriment les coordonnées X , Y et Z du centre de gravité en fonction des coordonnées des centres de gravité des sections et de leurs masses correspondantes, divisé par la somme des masses (la masse totale de l'avion).

Pour le cas d'un aéronef à monomoteur monté dans son plan de symétrie et dont la structure de nacelle est en partie intégrée avec le fuselage, seul le moteur est considéré comme une partie distincte, tandis que la nacelle et les autres éléments de moteur font partie de la section

de fuselage. Pour toutes les sections se trouvant dans le plan de symétrie de l'aéronef, on tient compte uniquement des coordonnées selon les axes X et Z . Toutefois, pour les stabilisateurs verticaux ainsi que les nacelles qui ne sont pas montés dans le plan de symétrie de l'aéronef, on prend en considération, en plus des coordonnées selon les axes X et Z , les ordonnées selon l'axe Y , car les moments d'inertie I_0 de la section, par rapport à son centre de gravité, sont calculées aux centres de gravité de chacune de section (Finck, R. D., 1978).

Par contre, pour les aéronefs à quadrimoteur, les sections correspondantes aux groupes motopropulseurs s'analysent comme suit : Les masses des deux sections des motopropulseurs intérieures sont additionnées et enregistrées. La distance latérale (y_{cg}) par rapport au plan de symétrie de l'aéronef du centre de gravité de l'une de deux moteurs intérieurs est enregistrée ainsi que les distances (x_{cg} , z_{cg}) par rapport aux deux autres axes. Pour les motopropulseurs extérieures sont analysés de manière similaire, sauf que la distance latérale enregistrée est mesurée entre le plan de symétrie de l'aéronef et le centre de gravité de l'une des sections des groupes des motopropulseurs (Finck, R. D., 1978).

Il faut prendre soin d'utiliser des unités cohérentes de masse et de distance pour l'ensemble des calculs. Puisque la masse de la plupart des composants est exprimée en « lb », cette unité de masse peut être utilisée pour tous les calculs. Les moments d'inertie résultant peuvent ensuite être convertis en unités impliquant la masse en la divisant par l'accélération due à la force de la pesanteur à l'altitude désirée. La cohérence du système d'unités est très importante. Dans notre cas, toutes les données obtenues sont en « pouce » pour les distances et en « lb » pour la masse.

À l'aide des données de performance, des représentations techniques (vue de face, vue de côté et vue de dessus), et une connaissance de l'emplacement des éléments de l'avion, les masses et les centres de gravité correspondant pour chacune des cinq sections ont été déterminés.

Une fois les valeurs des masses et des centres de gravité sont déterminées, elles sont ensuite enregistrées sur une forme adéquate et lisible pour s'en servir pour la suite dans des étapes des calculs des moments d'inertie.

Tableau 4.1 - Résumé des paramètres nécessaires pour le calcul des moments d'inertie

Section	MASSE (lb)	Coordonnées des centres de gravité		
		X (pouce)	Y (pouce)	Z (pouce)
Aile	w_w	x_w	y_w	z_w
Fuselage	w_f	x_f	y_f	z_f
Empennage horizontal	w_{sh}	x_{sh}	y_{sh}	z_{sh}
Empennage vertical	w_{sv}	x_{sv}	y_{sv}	z_{sv}
Nacelle et moteur	w_p	x_p	y_p	z_p
Fuel	w_{fl}	x_{fl}	y_{fl}	z_{fl}

4.2.4 Détermination de I_0 pour les sections majeures

Les valeurs de I_0 pour les sections majeures sont déterminées en considérant d'abord les formules correspondantes étroitement aux formes des sections. Ces formules sont " idéales" car elles sont fondées sur des principes mathématiques, et elles supposent une distribution de masse homogène dans toute la section. Les résultats obtenus par cette formule sont ensuite multipliés par un facteur K qui tient compte des changements dans la nature homogène de la masse de la section. Les facteurs K sont basés sur des données statistiques.

On constate qu'un facteur constant K peut être utilisé pour certaines sections. Pour les autres sections, où la distribution de masse peut varier considérablement, le facteur K varie principalement en fonction des positions du centre de gravité de la section.

Des graphiques montrant la variation du facteur K sont inclus dans l'annexe I jusqu'à l'annexe V.

Dans ce qui suit, on va calculer les moments d'inertie I_0 de chacune des sections majeures.

4.2.4.1 L'aile

➤ Le moment d'inertie de tangage I_0 de l'aile

L'équation de détermination du moment d'inertie de l'aile est basée sur l'examen de trois formes de base de l'aile, tel que montré dans la Figure 4.4. Trois formes possibles d'aile d'aéronefs existent dans la procédure de DATCOM.

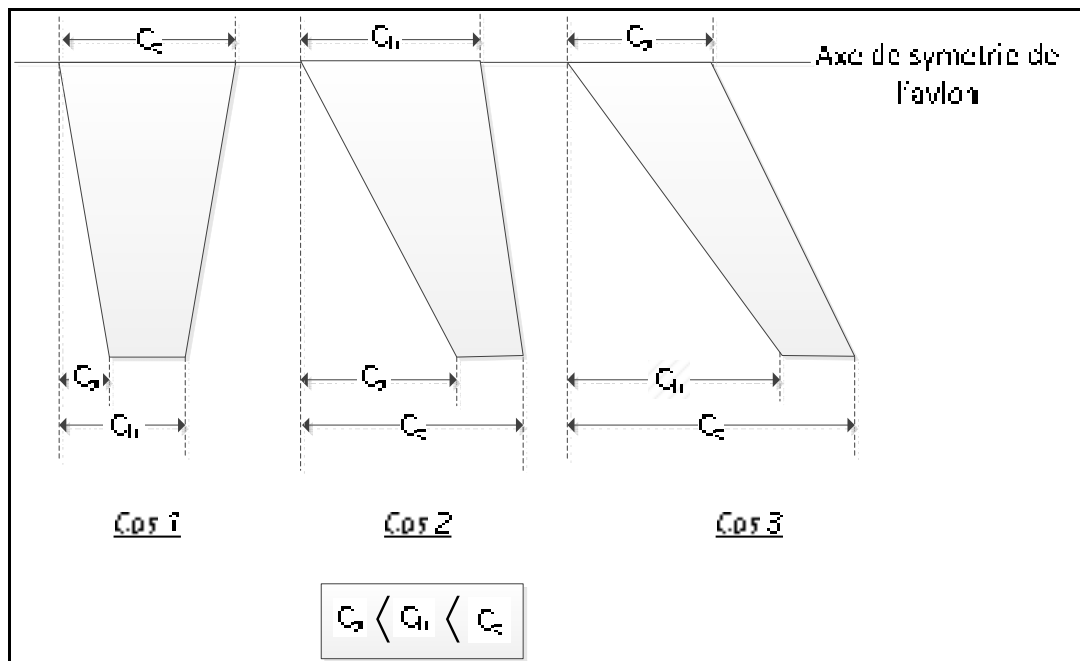


Figure 4.4 - Différentes formes d'ailes d'un avion adapté de (Finck, R. D., 1978)

Pour l'avion Cessna Citation X, la forme de son aile correspond au cas 3 montré dans la Figure 4.4. La Figure 4.5 montre la forme de l'aile en détail.

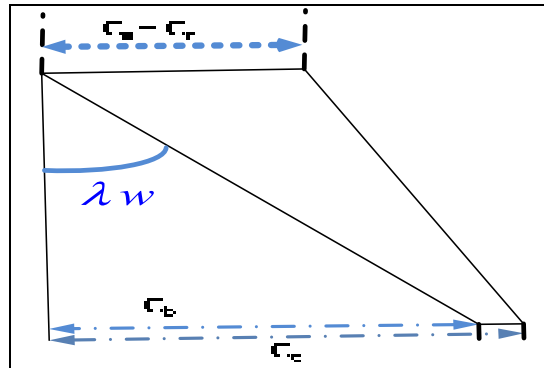


Figure 4.5 - Forme d'aile de l'avion
Cessna Citation X

Pour déterminer le moment d'inertie de tangage de l'aile, on doit tout d'abord déterminer les trois paramètres de l'aile C_a , C_b et C_c qui sont mesurés parallèlement au plan de symétrie. Ces paramètres doivent respecter l'équation (4.1) suivante :

$$C_a \langle C_b \langle C_c \quad (4.1)$$

A partir de ces paramètres, on en déduit la forme de l'aile à utiliser. Pour connaître leurs valeurs correspondantes, il faut tout d'abord calculer P_1 et P_2 tel que :

$$P_1 = \frac{b \tan(\lambda_w)}{2}, \text{ et } P_2 = C_t + \frac{b \tan(\lambda_w)}{2}; \text{ ensuite comparer } P_1, P_2 \text{ et } C_r \text{ en tenant compte de}$$

l'équation (4.1) on correspond chacun de ces paramètres à son valeur.

Pour le cas de l'aéronef Cessna Citation X, les valeurs des paramètres C_a , C_b et C_c correspondent aux valeurs données par les équations (4.2), (4.3) et (4.4) suivantes :

$$C_a = C_r \quad (4.2)$$

$$C_b = \frac{b_w \tan(\lambda_w)}{2} \quad (4.3)$$

$$C_c = C_t + \frac{b_w \tan(\lambda_w)}{2} \quad (4.4)$$

Où :

- b_w est l'envergure de l'aéronef qui correspond à la distance entre les deux extrémités de l'aile;
- λ_w est l'angle de flèche au niveau du bord d'attaque de l'aile;

- C_t est la corde au saumon (corde à la pointe de l'aile);
- C_r : la corde à l'emplanture (jonction entre l'aile et fuselage).

Ainsi, on est en mesure de calculer les facteurs ρ , $W_w x$ et I_{yw} exprimés par les équations (4.5), (4.6) et (4.7) suivantes en fonction des paramètres C_a , C_b et C_c ; sachant que W_w est la masse de la section de l'aile déjà calculé et expliqué en détails auparavant. Elle est déterminée dans le chapitre 2.

$$\rho = \frac{2W_w}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (4.5)$$

$$W_w x = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (4.6)$$

$$I_{yw} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (4.7)$$

Concernant le moment d'inertie de tangage, un facteur K constant ($K_0 = 0,703$) est utilisé pour toutes les conceptions de l'aile, peu importe leurs formes. L'équation (4.8) permet de déterminer ce moment d'inertie en fonction des valeurs des paramètres ci-dessus :

$$I_{oy} = K_0 \left[I_{yw} - \frac{(W_w x)^2}{W_w} \right] \quad (4.8)$$

La Figure 4.6 représente tous les paramètres nécessaires au calcul des moments d'inertie de l'aile.

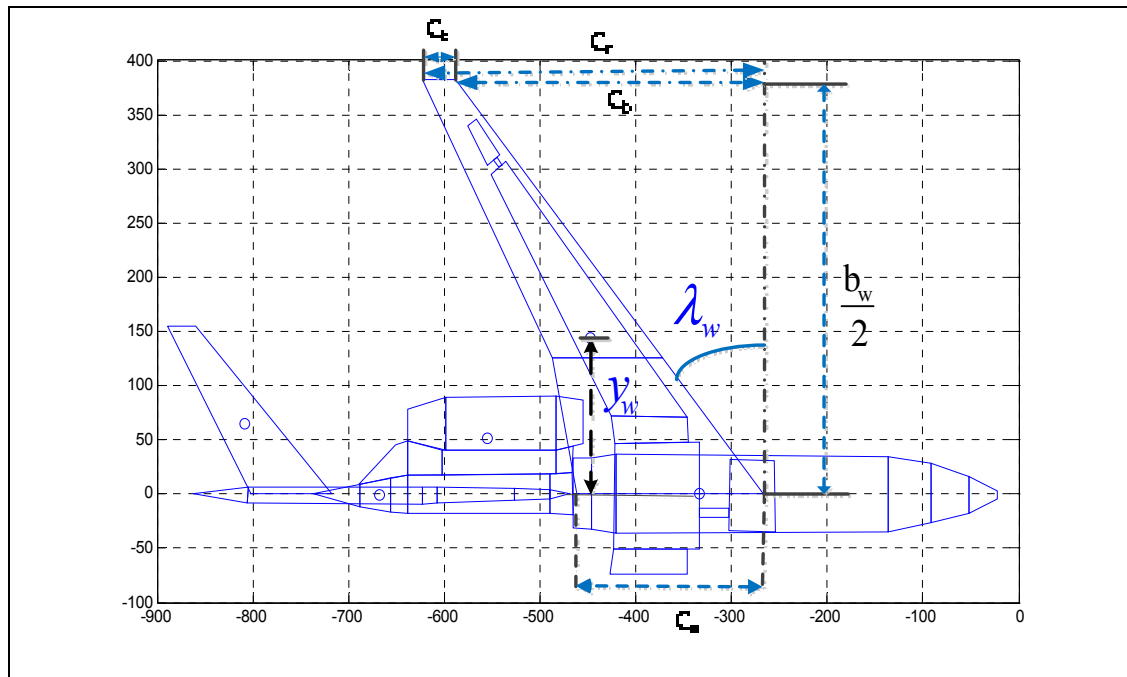


Figure 4.6 - Représentation de différents paramètres nécessaires pour l'estimation des moments d'inerties de l'aile de l'avion Cessna Citation X

➤ Le moment d'inertie de roulis de l'aile I_0

En raison de la grande envergure de l'aile par rapport aux autres sections de l'avion, le moment de roulis de l'aile I_0 a le plus grand effet sur l'inertie de roulis de l'avion. La valeur du facteur variable K_I représenté dans la Figure 4.7, se base essentiellement sur la valeur du centre de gravité de la moitié latérale de l'aile. Plus ce barycentre se rapproche du plan de symétrie de l'avion, plus de poids doit être concentré dans la partie intérieure de l'aile, ce qui diminue ainsi sa valeur d' I_0 . En plus des paramètres géométriques déjà mentionnés plus haut, il faut calculer le composant y_w (latéral) selon l'axe Y de centre de gravité de la section de demi-aile (voir la Figure 4.6). Ce composant est déjà étudié et déterminé dans le chapitre 3. Après avoir déterminé tous les paramètres géométriques nécessaires, le calcul de moment de roulis de l'aile se résume en deux étapes principales. En premier lieu, selon l'abaque de la Figure 4.7, il faut déterminer la variable K_I correspondante à la valeur K exprimée par l'équation (4.9) suivante :

$$K = \frac{y_w}{\frac{b_w}{6} \frac{C_r + 2C_t}{C_r + C_t}} \quad (4.9)$$

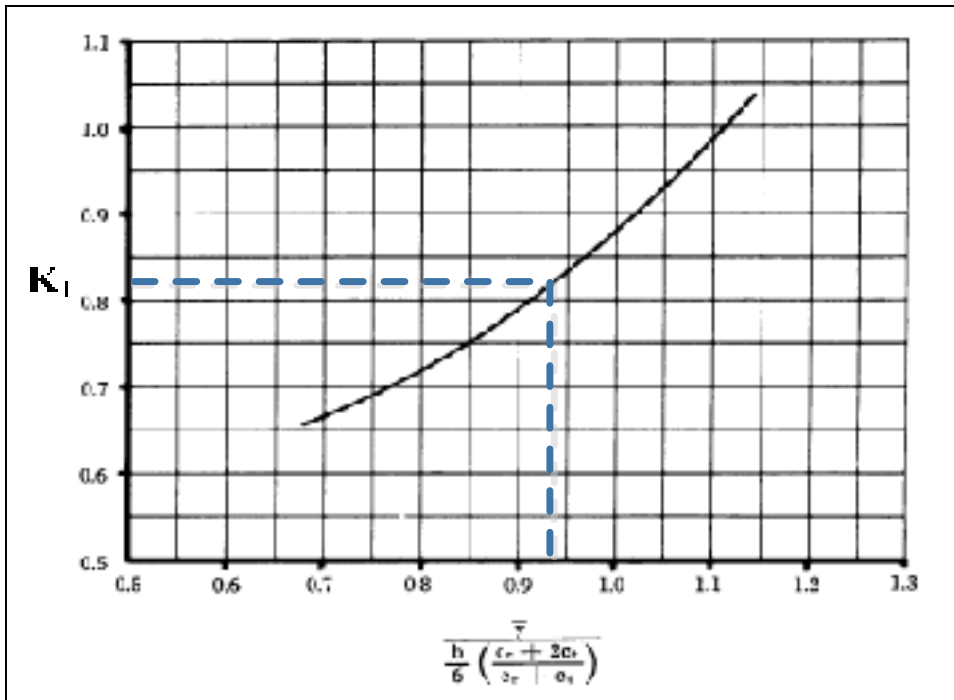


Figure 4.7 - Facteur K et les corrélations de moment d'inertie de roulis de l'aile (Finck, R. D., 1978)

En second lieu, on calcule le moment d'inertie de roulis à l'aide de l'équation (4.10) :

$$I_{ox} = \frac{W_w b_w^2 K_1}{24} \left(\frac{C_r + 3C_t}{C_r + C_t} \right) \quad (4.10)$$

➤ **Le moment de lacet de l'aile I_0**

Tel que montré par les données statistiques et l'analyse des inerties des plaques planes, le moment d'inertie I_0 de lacet de l'aile est égal à la somme des moments I_0 de tangage et de roulis de l'aile.

$$I_{oz} = I_{ox} + I_{oy} \quad (4.11)$$

4.2.4.2 Le fuselage

➤ **Le moment d'inertie de tangage du fuselage I_0**

La formule du calcul du moment d'inertie de tangage I_0 pour le fuselage est basée sur le calcul pour la combinaison d'une forme cylindrique et d'une forme conique. Cette formule prévoit que, lorsque le rapport de la surface mouillée du fuselage à la surface mouillée théorique du fuselage (dans le cas d'un cône bidirectionnel) augmente, l'inertie se rapproche de celle d'une coque cylindrique. Pour le moment d'inertie I_0 du fuselage, la corrélation paramétrique est probablement la plus difficile, puisque les paramètres ne sont pas disponibles pour prédire, avec précision, l'emplacement d'un grand nombre d'éléments tels que les trains d'atterrissage, les équipements électroniques, etc. Toutefois, les données statistiques montrent que l'emplacement longitudinal du centre de gravité a un grand impact sur l'inertie, et donc le facteur variable K (K_2) utilise cet emplacement comme son paramètre de base (voir Figure 4.9). Il convient également de noter que le moment du tangage I_0 du fuselage a le plus grand effet sur l'inertie totale de tangage de l'avion.

Pour déterminer la constante K_2 , il faut tout d'abord déterminer les paramètres géométriques suivants (voir Figure 4.8) :

- La longueur du fuselage l_B (*length of fuselage*);
- L'emplacement longitudinal X_f du centre de gravité du fuselage (*longitudinal centroidal distance of fuselage from nose*).

Ces deux paramètres ont été déterminés dans les autres parties de l'actuel chapitre.

Ensuite, il faut calculer le paramètre F décrit par l'équation (4.12). Puis, on en déduit la valeur de K_2 correspondante selon l'abaque de la Figure 4.9.

$$F = \frac{\left| \frac{\ell_B}{2} - X_f \right|}{\frac{\ell_B}{2}} \quad (4.12)$$

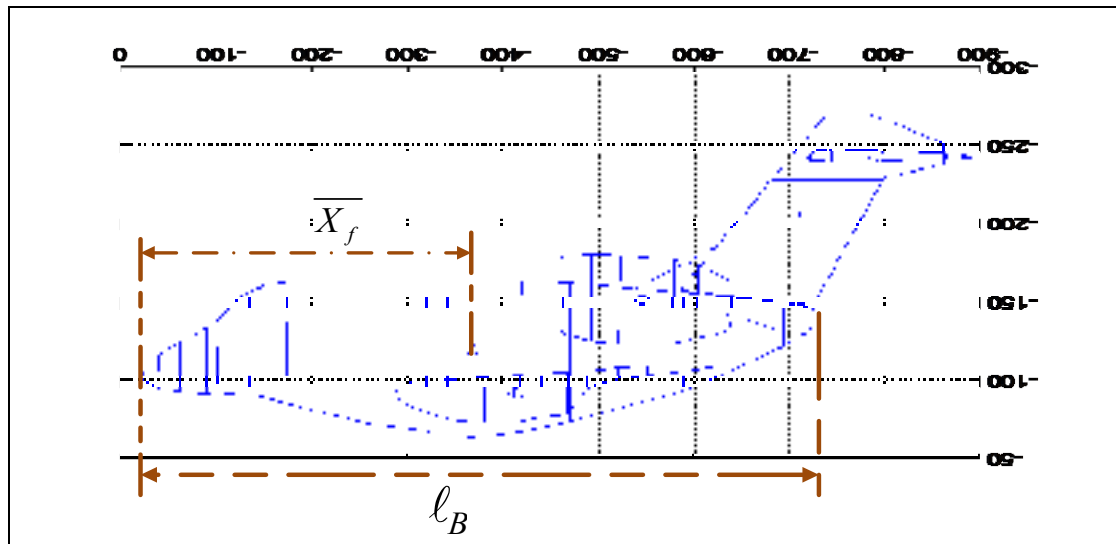


Figure 4.8 - Vue de coté de l'aéronef Cessna Citation X et ses paramètres du fuselage

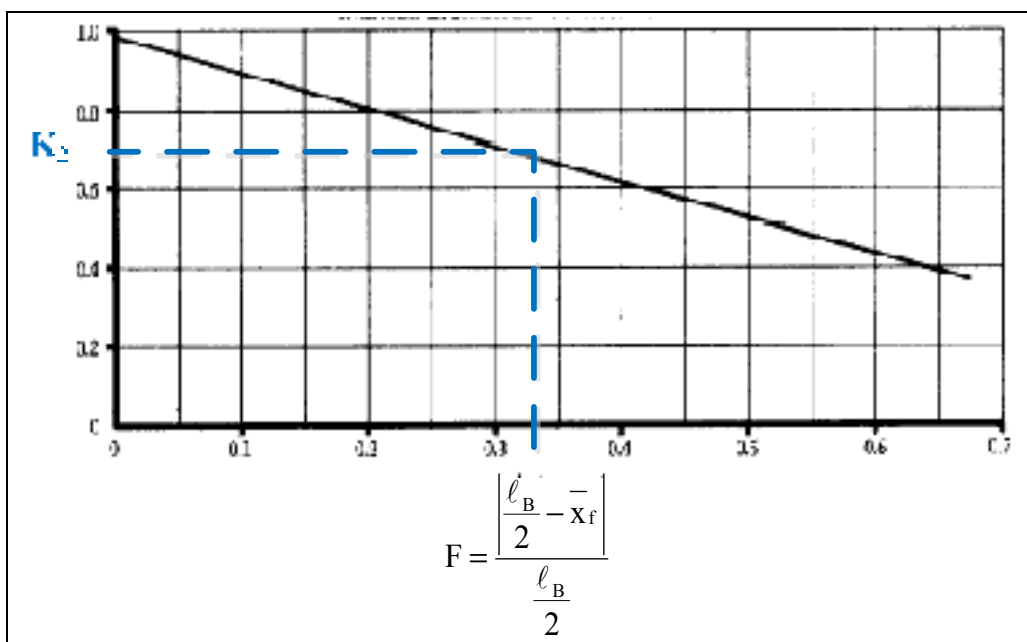


Figure 4.9 - Abaque représentant le facteur de corrélation K_2 de moment de tangage du fuselage (Finck, R. D., 1978)

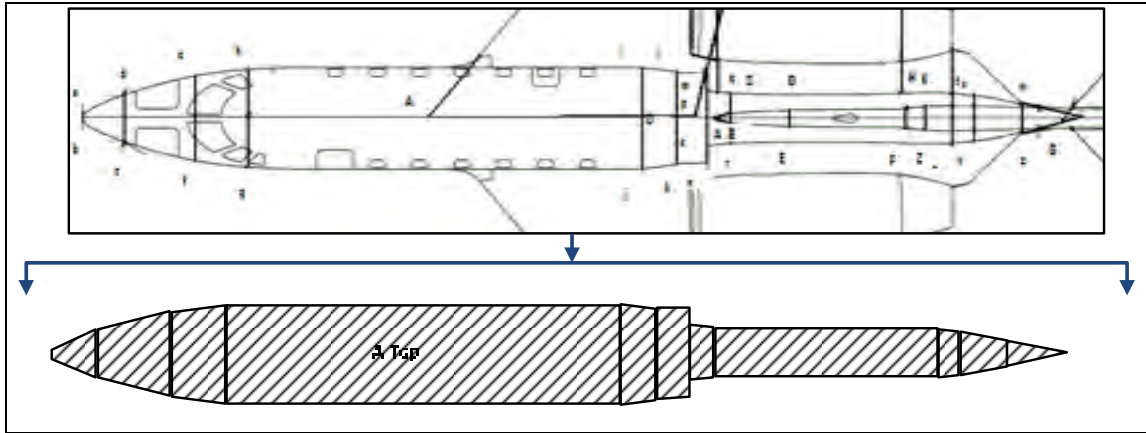


Figure 4.10 - Vue de dessus de l'avion Cessna Citation X :
surface de dessus de fuselage

La surface mouillée S_{wet} de l'aéronef est la superficie totale exposée qui peut être définie comme étant les parties externes de l'aéronef qui pourraient être mouillées en le plongeant dans l'eau. La surface mouillée qui constitue le principal contributeur à la traînée due aux frottements doit être calculée pour estimer des forces de traînée. Les surfaces mouillées des ailes et des empennages peuvent être estimées à partir de leurs formes planes et elles dépendent de l'épaisseur t/c (*thickness*) et de leurs surfaces planes réellement exposées (haut et bas) tel que montré par l'équation suivante (Raymer, 2006) :

$$\left\{ \begin{array}{l} si \frac{t}{c} < 0,05 \rightarrow S_{wet} = 2,003 S_{exposée} \\ si \frac{t}{c} > 0,05 \rightarrow S_{wet} = S_{exposée} \left[1,977 + 0,52 \left(\frac{t}{c} \right) \right] \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

Dans le cas du fuselage, sa surface mouillée S_s peut être estimée en utilisant la vue de côté et la vue de dessus de l'appareil comme est représenté par la Figure 4.10 et la Figure 4.11.

Les projections des surfaces des vues du côté et de celui de dessus du fuselage sont mesurées généralement à partir de sa représentation géométrique (Raymer, 2006).

En général, la surface mouillée est calculée de deux manières selon la forme de sa coupe transversale. Dans le cas où la coupe transversale est :

- Circulaire, longue et mince : la surface mouillée est égale à la moyenne de deux surfaces projetées (surface du côté A_{side} et du dessus A_{top}) multipliée par π ;
- Rectangulaire : la surface mouillée est égale à quatre fois la moyenne de deux surfaces projetées.

Dans le cas des avions, on utilise l'équation (4.14) qui donne une approximation raisonnable de la surface mouillée du fuselage S_s (Raymer, 2006).

$$S_s = 3,4 \left(\frac{A_{top} + A_{side}}{2} \right) \quad (4.14)$$

Dans le chapitre 3 qui est dédié à l'estimation des centres de gravité, toutes les sections (y compris la section du fuselage) ont été découpées en plusieurs polygones simples. Ensuite les surfaces de ces polygones ont été déterminées dans le but d'estimer le centre de gravité de la section en fonction des centres de gravité des polygones. Pour déterminer alors la projection plane de la surface latérale (A_{top}), il suffit d'additionner les surfaces de tous les polygones simples formant la coupe transversale du fuselage. Pour déterminer la projection plane de la surface longitudinale (A_{side}), il suffit d'additionner les surfaces de tous les polygones simples formant la coupe longitudinale du fuselage. Enfin, on obtient la surface mouillée du fuselage par l'application de l'équation (4.14).

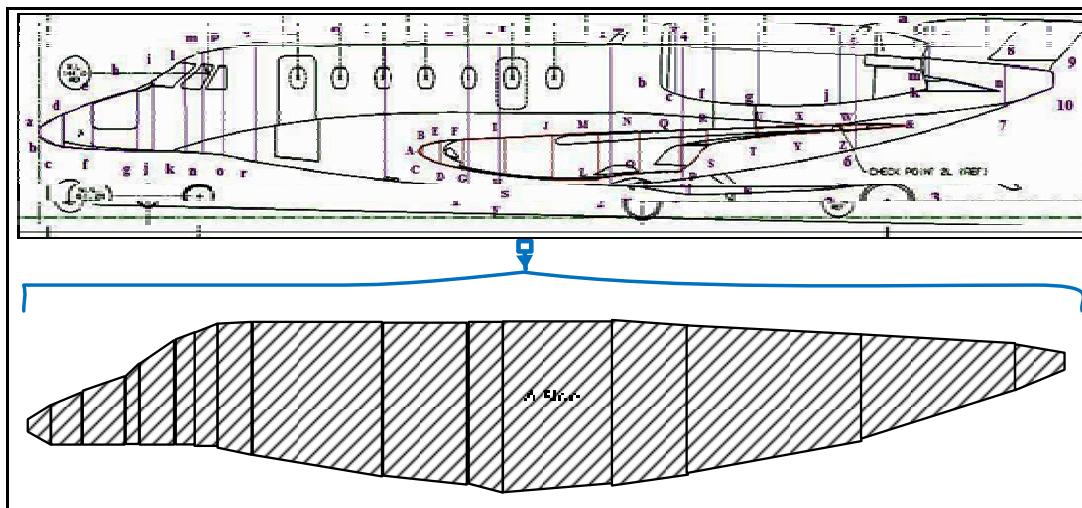


Figure 4.11 - Vue de côté de l'avion Cessna Citation X :
surface de côté du fuselage

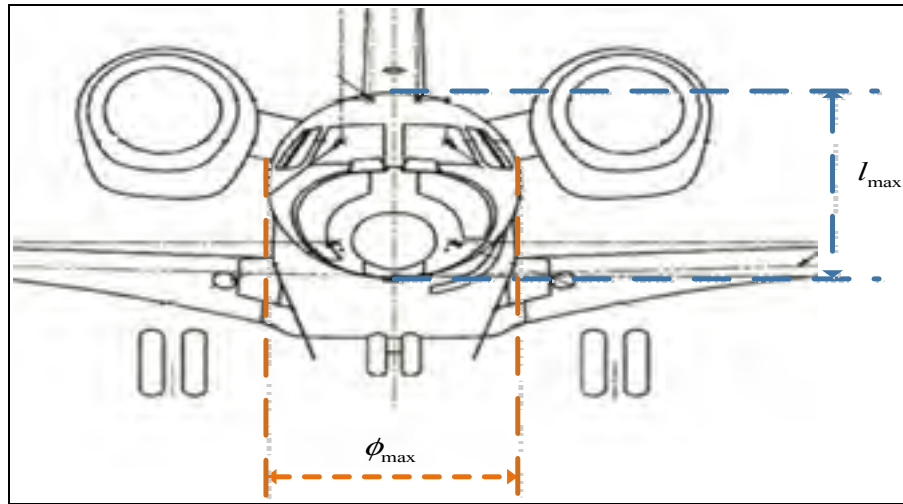


Figure 4.12 - Vue de face de l'avion Cessna Citation X
adapté de (CAE Inc., 2012)

Avant de calculer le moment d'inertie de tangage du fuselage par le biais de l'équation (4.16), il faut déterminer le paramètre d définissant le diamètre moyen maximal du fuselage (*average maximum diameter of fuselage*). Ce dernier est obtenu par l'équation (4.15) et il est défini en étant la moyenne entre le diamètre maximum (ϕ_{max}) et la largeur maximale (l_{max}) du fuselage.

$$d = \frac{\phi_{max} + l_{max}}{2} \quad (4.15)$$

$$I_{oy} = \frac{W_f S_s K_2}{37,68} \left(\frac{3d}{2\ell_B} + \frac{\ell_B}{d} \right) \quad (4.16)$$

Où W_f est la masse de la section du fuselage qui a déjà été déterminée dans le chapitre 2.

➤ Moment d'inertie de roulis du fuselage I_θ

L'équation du moment d'inertie de roulis dans le cas du fuselage, est basée sur celle d'un corps cylindrique d'un diamètre moyen déterminé en considérant la surface mouillée du fuselage. Le diamètre du fuselage d ainsi que le rapport entre la masse de structure du

fuselage W_{fs} et la masse de la section de fuselage W_f sont les paramètres du calcul du facteur T exprimé par la formule (4.17). Le calcul de T permet l'identification du facteur de corrélation K_3 (voir Figure 4.13).

$$T = \frac{d^{1/2} W_{fs}}{W_f} \quad (4.17)$$

Plus le diamètre de fuselage diminue, plus l'intensité de son moment d'inertie de roulis I_0 approche de celle d'un cylindre plein vu la solidité des pièces d'équipement. Par conséquent, le diamètre de fuselage est directement proportionnel à la valeur de moment d'inertie I_0 , étant donné que le moment d'inertie de roulis I_0 d'un cylindre plein est inférieur à celui d'un contenant cylindrique. Le rapport entre la masse structurelle du fuselage et la masse de la section du fuselage est également directement proportionnel au moment d'inertie I_0 résultant. Cette diminution du rapport de masse induit l'augmentation de l'effet de solidarité des éléments des équipements, ce qui implique la diminution de moment d'inertie de roulis. Ce moment est donné par l'équation (4.18) ci-dessous.

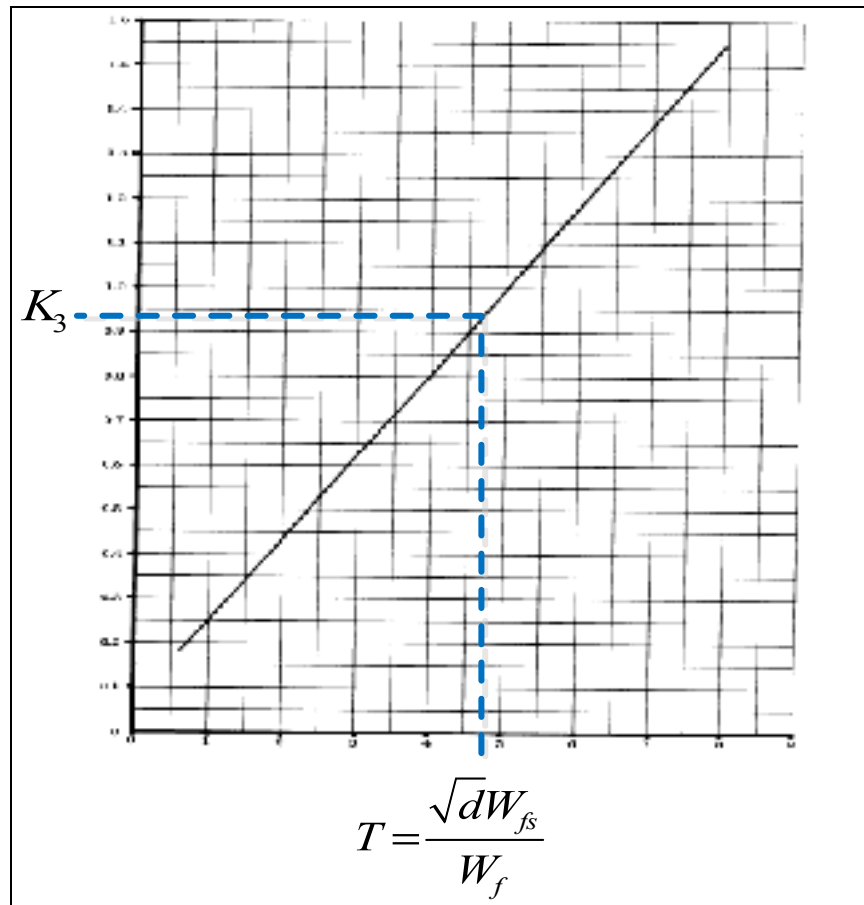


Figure 4.13 - Abaque de facteur de corrélation K_3 de moment de roulis du fuselage (Finck, R. D., 1978)

$$I_{ox} = \frac{W_f K_3}{4} \left(\frac{S_s}{\pi \ell_B} \right)^2 \quad (4.18)$$

➤ **Moment d'inertie de lacet du fuselage I_θ**

L'analyse des moments d'inertie des corps cylindriques et les données statistiques montrent que le moment de lacet I_θ du fuselage est égal au moment d'inertie de tangage I_θ du fuselage (Finck, R. D., 1978).

$$I_{oz} = I_{oy} \quad (4.19)$$

4.2.4.3 L'empennage horizontal

➤ Le moment d'inertie de tangage d'empennage horizontal I_0

La procédure appliquée pour déterminer le moment d'inertie I_0 dans le cas des empennages est semblable à celle appliquée dans le cas de l'aile.

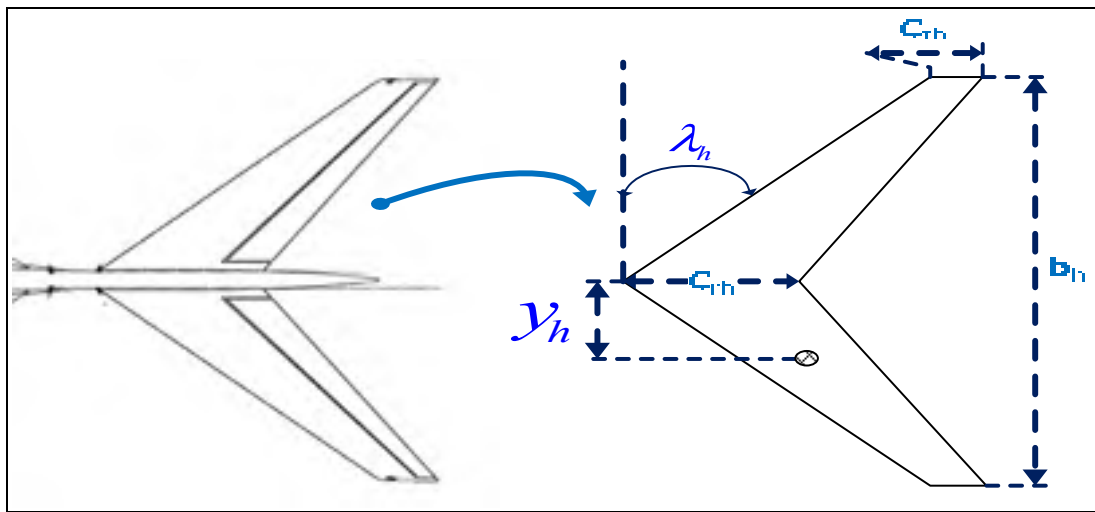


Figure 4.14 - Représentation des différents paramètres d'empennage horizontal de l'avion Cessna Citation X

Pour le calcul du moment d'inertie d'empennage horizontal, il faut, tout d'abord, déterminer tous les paramètres géométriques montrés sur la Figure 4.14 et ensuite appliquer les équations (4.20) - (4.26).

Les paramètres géométriques sont :

- b_h est l'envergure d'empennage horizontal qui est mesurée entre les deux extrémités d'empennage horizontal;
- λ_h est l'angle de flèche au bord d'attaque d'empennage horizontal;
- C_{th} est la corde au saumon (corde à la pointe d'empennage horizontal);
- C_{rh} est la corde à l'emplanture, c'est-à-dire à la jonction entre l'empennage horizontal et vertical;
- W_h est la masse de la section d'empennage vertical.

$$C_a = C_{rh} \quad (4.20)$$

$$C_b = \frac{b_h \tan(\lambda_h)}{2} \quad (4.21)$$

$$C_c = C_{th} + \frac{b_h \tan(\lambda_h)}{2} \quad (4.22)$$

$$\rho = \frac{2 W_h}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (4.23)$$

$$W_h x = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (4.24)$$

$$I_{yh} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (4.25)$$

Le facteur constant K_0 à utiliser pour le calcul de I_0 en tangage pour l'empennage est différent de celui utilisé pour le cas de l'aile. Pour l'empennage horizontal ainsi que pour l'empennage vertical, le facteur $K_0 = 0,771$.

$$I_{oy} = K_0 \left(I_{yh} - \frac{(W_h x)^2}{W_w} \right) \quad (4.26)$$

➤ Le moment d'inertie de roulis d'empennage horizontal I_0

En plus des paramètres géométriques déjà mentionnés auparavant, il faut déterminer la distance latérale y_h séparant le centre de gravité de la moitié d'empennage horizontal du plan de symétrie de l'avion. Cette distance a été déterminée dans le chapitre 3 qui est dédié à l'estimation du centre de gravité.

Le calcul du moment de roulis d'empennage horizontal s'effectue principalement en trois étapes. On commence par le calcul du facteur H exprimé par l'équation (4.27). Ensuite, on détermine le facteur de corrélation de moment d'inertie K_4 correspondant à H par l'intermédiaire de l'abaque de la Figure 4.15. Enfin, la valeur du moment d'inertie est obtenue en appliquant l'équation (4.28).

$$H = \frac{y_h}{\frac{b_h}{6} \frac{C_{rh} + 2C_{th}}{C_{rh} + C_{th}}} \quad (4.27)$$

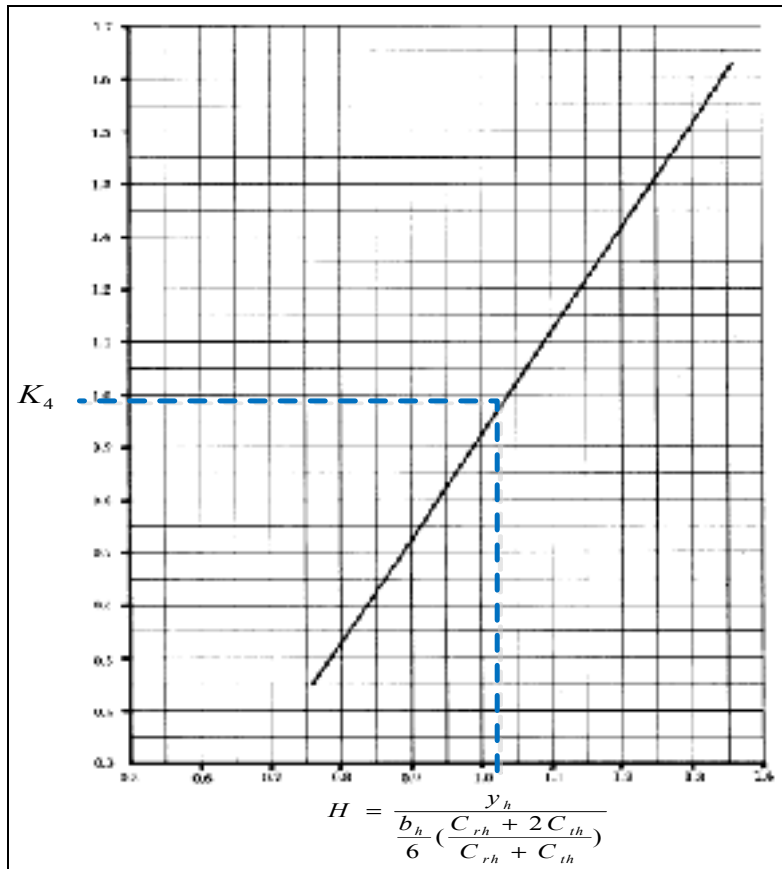


Figure 4.15 - Abaque de facteur K_4 de corrélation de moment de roulis d'empennage horizontal (CAE Inc., 2012)

$$I_{ox} = \frac{W_h b_h^2 K_4}{24} \left(\frac{C_{rh} + 3C_{th}}{C_{rh} + C_{th}} \right) \quad (4.28)$$

➤ **Le moment d'inertie de lacet d'empennage horizontal I_0**

Le moment d'inertie de lacet d'empennage horizontal n'est autre que la somme du moment d'inertie de tangage avec le moment d'inertie de roulis.

$$I_{oz} = I_{ox} + I_{oy} \quad (4.29)$$

4.2.4.4 L'empennage vertical

➤ **Le moment d'inertie de lacet d'empennage vertical I_0**

Le type de calcul du moment d'inertie de lacet d'empennage vertical est pratiquement le même que celui de moment d'inertie de tangage de l'aile. On commence par déterminer tous les paramètres géométriques nécessaires (voir Figure 4.16) et ensuite on utilise les équations (4.30) jusqu'à (4.36) pour calculer les paramètres restants.

Malgré la ressemblance de ces types de calculs, il y a une légère différence entre les calculs des paramètres C_b et C_c : Il n'y pas de division par deux dans leurs équations pour le cas d'empennage vertical, contrairement au cas de l'aile.

Les paramètres géométriques sont :

- b_v est l'envergure d'empennage vertical;
- l_v est l'angle de flèche au bord d'attaque d'empennage vertical;
- C_{tv} est la corde au saumon (corde à la pointe d'empennage vertical);
- C_{rv} est la corde à l'emplanture (jonction entre l'empennage vertical et fuselage);
- W_v est la masse de la section d'empennage vertical ; elle est le calculé dans le chapitre d'estimation de masse par les procédures de Raymer (Raymer, 2006).

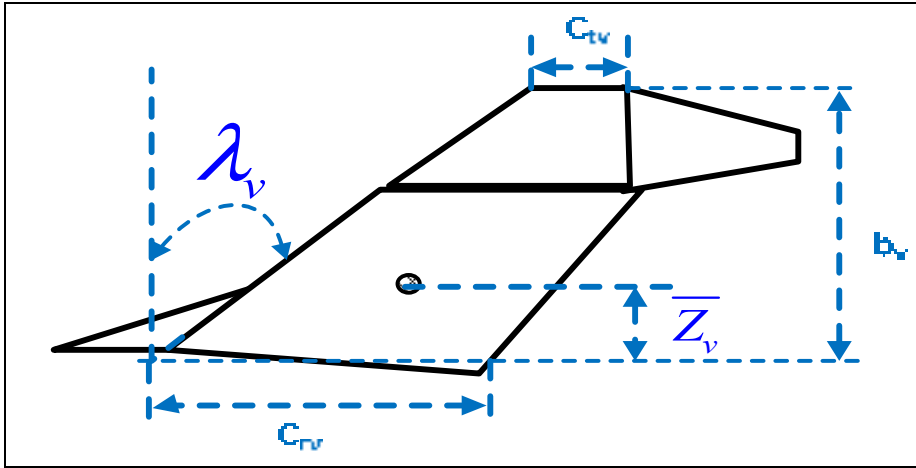


Figure 4.16 - Représentation des paramètres géométriques d'empennage vertical de l'avion Cessna Citation X

$$C_a = C_{rv} \quad (4.30)$$

$$C_b = b_v \tan(\lambda_v) \quad (4.31)$$

$$C_c = C_{tv} + b_v \tan(\lambda_v) \quad (4.32)$$

$$\rho = \frac{2W_v}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (4.33)$$

$$W_v z = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (4.34)$$

$$I_{zv} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (4.35)$$

$$I_{oz} = K_0 \left(I_{zv} - \frac{(W_v z)^2}{W_v} \right) \quad (4.36)$$

Le facteur constant $K_0 = 0,771$.

➤ **Le moment d'inertie de roulis I_0 d'empennage vertical**

Le calcul du moment de roulis d'empennage vertical ressemble à celui de moment d'inertie d'empennage horizontal et il s'effectue en trois étapes. On commence par calculer le facteur K exprimé par l'équation (4.37). Ensuite, on détermine le facteur de corrélation de moment d'inertie K_5 correspondant à K par l'intermédiaire de l'abaque de la Figure 4.17.

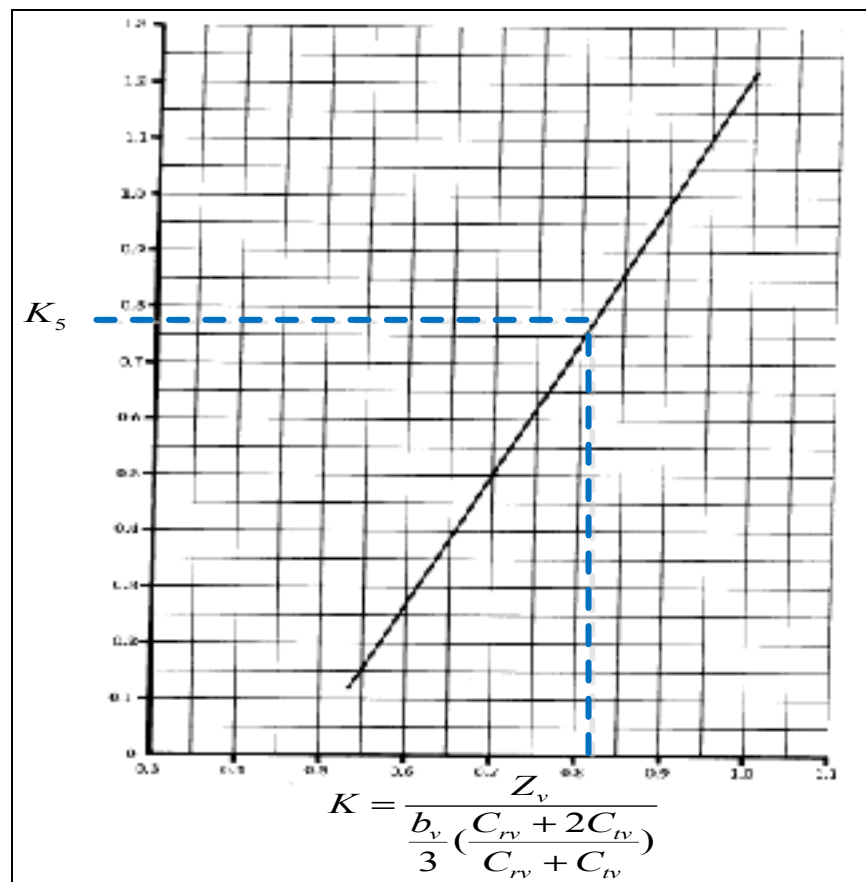


Figure 4.17 - Abaque du facteur de corrélation K_5 de moment de roulis d'empennage vertical

Enfin, on déduit la valeur du moment d'inertie en appliquant l'équation (4.38). En plus des paramètres géométriques déjà mentionné auparavant, il faut déterminer la composante Z_v

(verticale) selon l'axe Z du centre de gravité d'empennage vertical de l'avion. Cette composante a été déterminée dans le chapitre 3 d'estimation du centre de gravité.

$$K = \frac{Z_v}{\frac{b_v}{3} \frac{C_{rv} + 2C_{tv}}{C_{rv} + C_{tv}}} \quad (4.37)$$

$$I_{ox} = \frac{W_v b_v^2 K_5}{18} \left[1 + \frac{2C_{rv} C_{tv}}{(C_{rv} + C_{tv})^2} \right] \quad (4.38)$$

➤ **Le moment de tangage d'empennage vertical I_θ**

Le moment de tangage d'empennage vertical est la somme des moments de roulis et de lacet (Finck, R. D., 1978), ce qui est complètement différent du moment d'inertie du tangage de l'aile ainsi que d'empennage horizontal.

$$I_{oy} = I_{ox} + I_{oz} \quad (4.39)$$

4.2.4.5 Nacelle et moteur

➤ **Le moment d'inertie de tangage de section de moteur et nacelle**

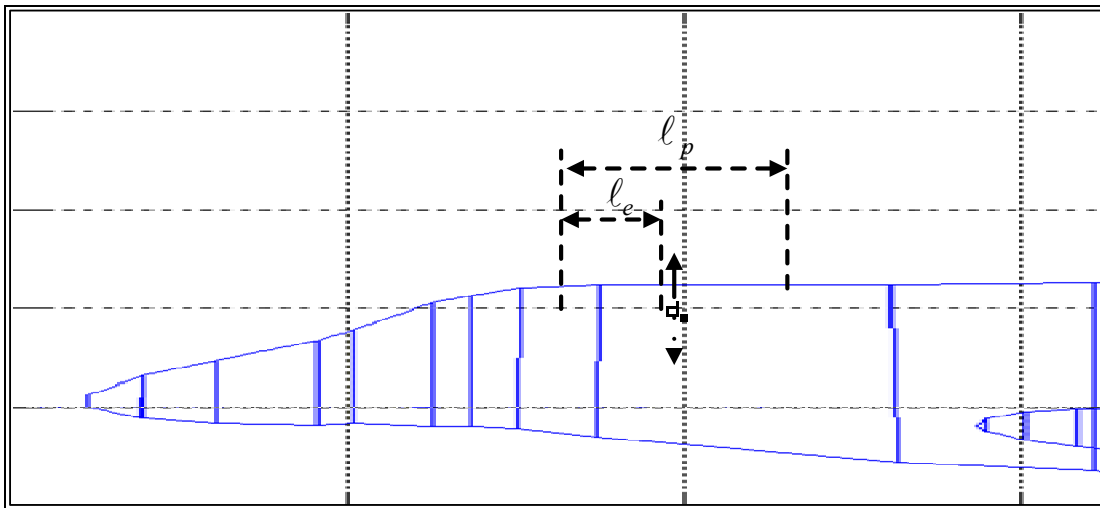


Figure 4.18 - Représentation des divers paramètres de nacelle et moteur de l'avion Cessna Citation X

Pour le cas de la section de moteur et nacelle, le moment d'inertie de tangage I_0 est donné par l'équation (4.40) qui est basée sur celle d'un cylindre plein. Elle est en fonction d'un facteur constant et de plusieurs paramètres géométriques qu'il faut les déterminer à l'avance (voir la Figure 4.18). Le facteur constant peut être utilisé pour toutes les conceptions de cette section (Finck, R. D., 1978).

Les paramètres géométriques nécessaires sont :

- d_e : le diamètre maximum moyen du moteur (*average maximum diameter of engine*);
- l_e : la longueur du moteur entier (*length of engine including propeller (if applicable)*);
- l_p : la longueur de la structure de nacelle (*length of nacelle structure*);
- W_e : la masse de moteur ainsi que les hélices (*weight of engine and propeller*);
- W_p : la masse de la section de nacelle et du moteur (*weight of power plant section*).

Cette masse est calculée dans le chapitre 2 d'estimation de masse.

$$I_{oy} = 0,061 \left(\frac{3}{4} W_p d_e^2 + W_e l_e^2 + (W_p - W_e) l_p^2 \right) \quad (4.40)$$

➤ **Le moment d'inertie de roulis I_0 de la section de nacelle et moteur**

L'équation (4.41) donnant le moment d'inertie de roulis est aussi basée sur celle d'un cylindre plein. Elle est exprimée en fonction du diamètre maximum moyen du moteur d_e et de la masse de la section de nacelle et moteur W_p . Le facteur constant de l'équation de moment d'inertie de roulis est indépendant des types des conceptions (Finck, R. D., 1978).

$$I_{ox} = 0,083 W_p d_e^2 \quad (4.41)$$

➤ **Le moment d'inertie de lacet I_0 de la section de nacelle et moteur**

Comme les données statistiques et l'analyse des moments des inerties des corps cylindriques ont montré, le moment d'inertie de lacet I_0 de la section de nacelle et moteur est égale à son moment d'inertie de tangage I_0 (Finck, R. D., 1978) :

$$I_{oz} = I_{oy} \quad (4.42)$$

4.2.5 Le moment d'inertie I_0 de variables et des consommables

A. Le moment d'inertie I_0 du carburant

Les formules du calcul des moments d'inerties I_0 par la procédure de DATCOM sont basées sur un avion dans une configuration reposant sur deux principales hypothèses :

- Les trains d'atterrissages sont rentrés;
- Les articles consommables et les articles variables, tels que le carburant, les marchandises et les passagers, sont supprimés, car il est impossible de prédire les configurations d'aéronef pour lequel l'inertie sera nécessaire.

Alors pour tenir compte de ces charges variables et supplémentaires comprenant ces configurations, leurs moments d'inerties doivent être calculés séparément par les biais des formules (4.44) jusqu'à (4.46) citées ci-dessous. Ensuite, leurs inerties doivent être ajoutées à l'inertie de base dérivée de la méthode. D'où l'étape 5 nécessaire dans l'estimation de moments d'inerties de l'avion Cessna Citation X.

Le système de carburant de Cessna Citation X a trois principaux réservoirs (voir la Figure 4.19) :

1. Le réservoir de l'aile gauche (*Left wing tank*);
2. Le réservoir de l'aile droite (*Right wing tank*); et
3. Le réservoir central (*Central tank*).

Le réservoir de carénage avant (*Forward fairing tank*) est connecté au réservoir central dont il fait partie. Ils sont reliés entre eux par une ligne ouverte et il n'y a des valves entre eux. Malgré leur séparation physique, les deux parties fonctionnent ensemble comme un seul réservoir. La position du réservoir de carénage avant est plus haute que celle du réservoir central, permettant ainsi le transfert du carburant par gravité. Le carburant est transféré à partir des réservoirs aux moteurs par le biais de pompes et de soupapes. Les réservoirs gauche et droite de l'aile font partie de la structure de l'aile. Chaque réservoir est scellé à l'intérieur de l'aile pendant sa fabrication. Une ligne (vanne) transversale d'écoulement par gravité est installée et relie les réservoirs gauche et droit de l'aile. Cette vanne est commandée par un commutateur situé dans la cabine de pilotage de l'avion. A l'aide de deux pompes à éjecteur situées dans le réservoir central, le carburant de celui-ci est transféré aux réservoirs

gauche et droite de l'aile. Le système de carburant est conçu pour fournir un flux continu du carburant aux deux moteurs (FlightSafety international, 2000a).

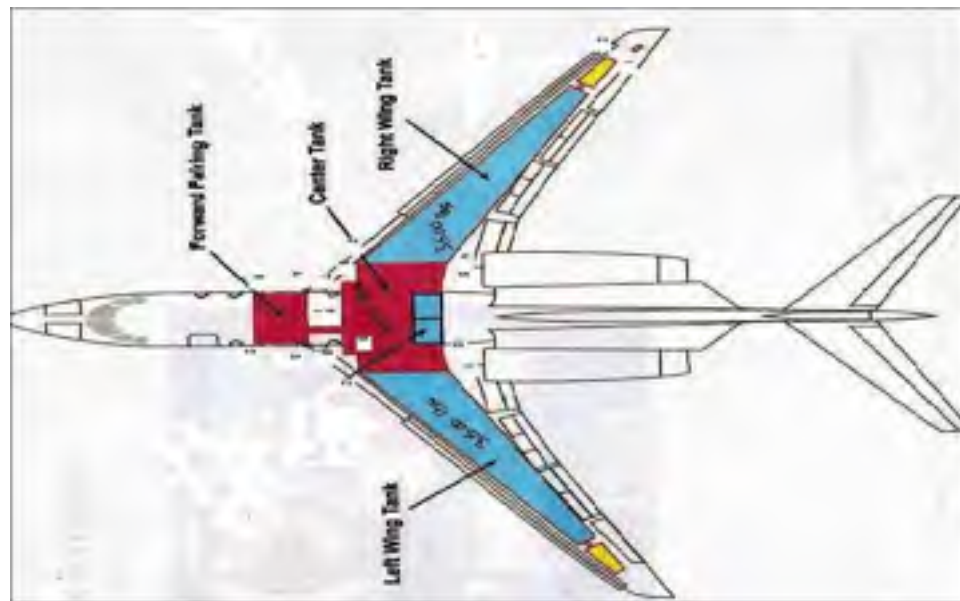


Figure 4.19 - Les trois réservoirs de l'aéronef Cessna Citation X

Dans ce qui suit, seuls les moments d'inertie du carburant sont calculés. Toutes les autres variables sont négligées. Les paramètres géométriques à déterminer et qui sont utilisés pour les calculs des moments d'inertie sont les suivants :

- b_w : l'envergure de l'aile de l'aéronef qui correspond à la distance entre les deux extrémités de l'aile (*span*);
- C : la corde aérodynamique moyenne de l'aile, notée aussi MAC;
- t : l'épaisseur moyenne du profil de l'aile; qui est calculé par l'équation suivante (Oza, 2009) :

$$t = 0,099 * M A C \quad (4.43)$$

- W_{ft} : la quantité totale du carburant, c'est à dire la capacité totale des trois réservoirs incluant les quantités de fuel utilisables et inutilisables. La capacité totale du réservoir de l'aile est 7 000 lb. Le réservoir du carénage avant (*Forward fairing tank*) et le

réservoir central ont une capacité combinée du carburant égale à 6 000 lb. Donc la capacité totale de trois réservoirs est 13 000 lb. Les moments d'inertie de ces réservoirs sont calculés par les équations suivantes (4.44) à (4.46) comme suit :

$$I_{oy} = \frac{W_{fl}}{12} (c^2 + t^2) \quad (4.44)$$

$$I_{ox} = \frac{W_{fl}}{12} (b_w^2 + t^2) \quad (4.45)$$

$$I_{oz} = \frac{W_{fl}}{12} (c^2 + b_w^2) \quad (4.46)$$

B. Le moment d'inertie I_θ du cargo

Le compartiment à bagages est sous pression et chauffé. Son volume est égal approximativement à 72 pi^3 ($2,04 \text{ m}^3$) et il est situé dans le cône de la queue. Le compartiment est accessible par une porte d'une largeur de 27 pouces ($0,69 \text{ m}$). Une zone de chargement supplémentaire, de 10 pi^3 , est accessible par la porte inférieure du cône de la queue. Cette zone de chargement est d'environ 83 pouces de longueur, 25 pouces de largeur et 8 pouces de hauteur. Elle offre un stockage (emmagasiner) pour les marchandises telles que des skis (« Cessna Citation X », 2014a).

Les paramètres géométriques qui sont nécessaires pour l'estimation des moments d'inertie et qui définissent le cargo sont :

- V_1 : le volume supplémentaire de cargo;
- V_2 : le volume principal de cargo;
- x_{nez} : l'abscisse du nez de l'aéronef;
- $x_{cockpit}$: l'abscisse du début du cockpit de l'aéronef;
- h : la longueur du nez de l'aéronef qui est donnée par l'équation suivante :

$$h = x_{cockpit} - x_{nez} \quad (4.47)$$

- L_{cabine} : la longueur de la cabine de pilotage de l'aéronef;
- l_b : la longueur du fuselage et elle est donnée par le maximum de entre la longueur latérale et la longueur longitudinale;

- l_{cargo} : la longueur totale du cargo de l'aéronef;

$$l_{cargo} = l_b - (h + L_{cabine}) \quad (4.48)$$

- l_l : la longueur du petit volume supplémentaire du cargo de l'aéronef;
- L : la longueur du cargo principal;
- h_l : la hauteur du cargo supplémentaire de l'aéronef qui est obtenue par l'équation suivante (cas d'un carré) :

$$h_l = \sqrt{\frac{V_1}{l_l}} \quad (4.49)$$

- H : la hauteur du cargo principal de l'aéronef qui est obtenue par l'équation suivante si on suppose que le cargo est modélisé par un carré;

$$H = \sqrt{\frac{V_2}{L}} \quad (4.50)$$

- W_g : la masse totale de cargo;
- d_g : la densité de cargo, qui est donnée par l'équation suivante :

$$d_g = \frac{W_g}{V_1 + V_2} \quad (4.51)$$

La détermination de la position (x_g , y_g , z_g) du centre de gravité de cargo est un peu compliquée et nécessite beaucoup de patience et de précision. En effet, il faut, tout d'abord, représenter les distributions de cargo selon ses trois vues (de face, de côté, et de dessus) c'est-à-dire représenter les variations de la largeur en fonction de la longueur, les variations de hauteur en fonction de la longueur et enfin de la hauteur versus la largeur. Ensuite, on détermine les distributions du poids selon les trois axes (X , Y et Z) et on calcule les positions de centre de gravité en utilisant des intégrales. Le cargo de Cessna Citation X peut être considéré comme l'addition de deux parallélépipèdes.

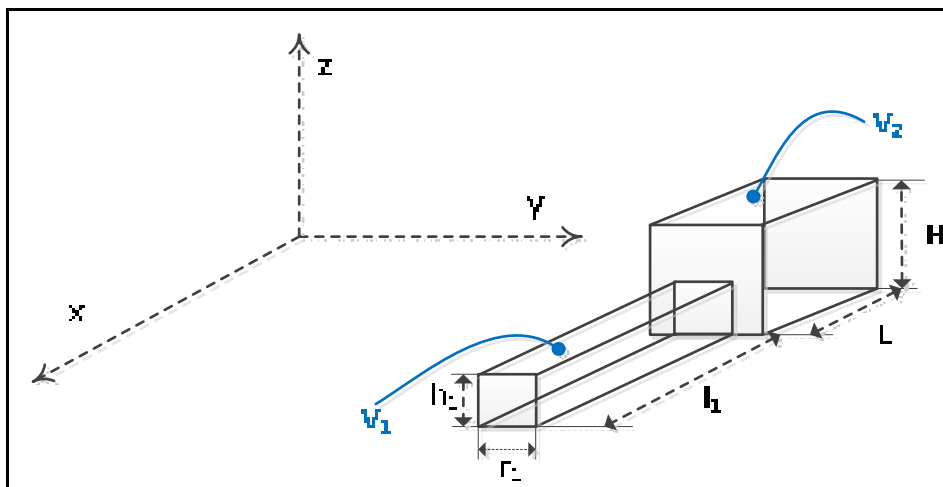


Figure 4.20 - Représentation du modèle de cargo

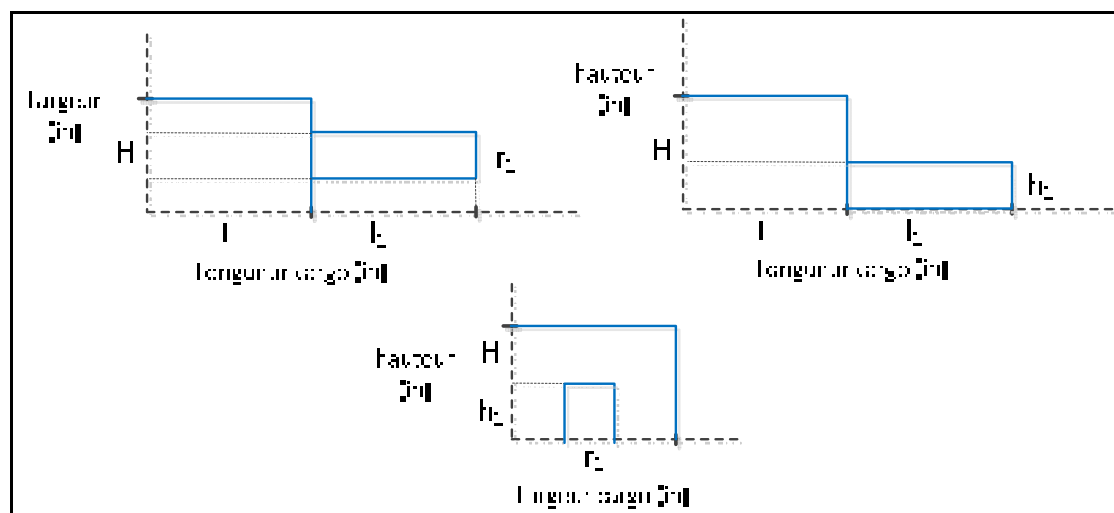


Figure 4.21 - Représentation de la distribution du cargo

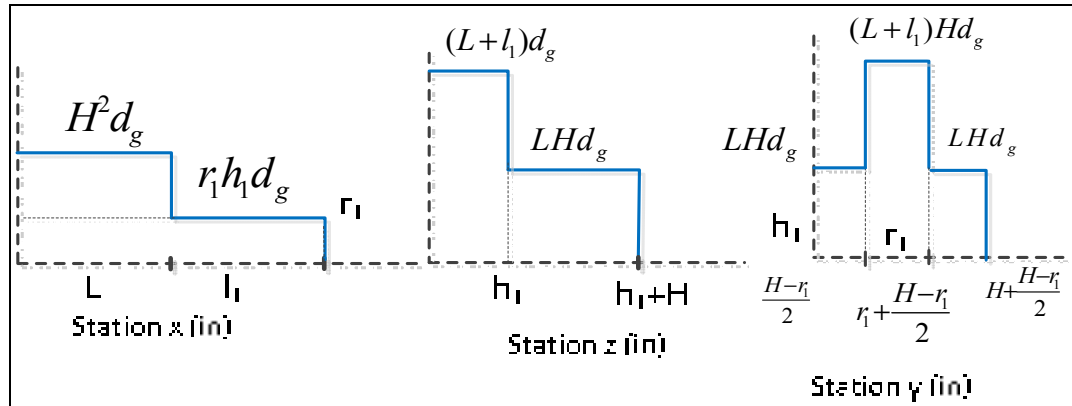


Figure 4.22 - Représentation de la distribution de la masse du cargo selon les différentes stations

$$x_g = \frac{\int_0^L d_g H^2 x dx + \int_L^{L+l_1} r_1 h_1 d_g x dx}{W_g} \quad (4.52)$$

$$y_g = \frac{\int_0^{\frac{H-r_1}{2}} LH d_g x dx + \int_{\frac{H-r_1}{2}}^{r_1 + \frac{H-r_1}{2}} (L+l_1) Hd_g x dx + \int_{r_1 + \frac{H-r_1}{2}}^{H + \frac{H-r_1}{2}} LH d_g x dx}{W_g} \quad (4.53)$$

$$z_g = \frac{\int_0^{h_1} d_g (L+l_1) x dx + \int_{h_1}^{H+h_1} LH d_g x dx}{W_g} \quad (4.54)$$

On calcule ensuite les seconds moments d'inertie par les équations ci-dessous :

$$Wx^2 = \int_0^L d_g H^2 x^2 dx + \int_L^{L+l_1} r_1 h_1 d_g x^2 dx \quad (4.55)$$

$$Wy^2 = \int_0^{\frac{H-r_1}{2}} LH d_g x^2 dx + \int_{\frac{H-r_1}{2}}^{r_1 + \frac{H-r_1}{2}} (L+l_1) Hd_g x^2 dx + \int_{r_1 + \frac{H-r_1}{2}}^{H + \frac{H-r_1}{2}} LH d_g x^2 dx \quad (4.56)$$

$$Wz^2 = \int_0^{h_1} d_g (L+l_1) x^2 dx + \int_{h_1}^{H+h_1} LH d_g x^2 dx \quad (4.57)$$

Finalement, on détermine les moments d'inertie de tangage, de roulis et de lacet de cargo à l'aide des équations ci-dessous :

$$I_{ox} = Wz^2 - W_g z_g^2 + Wy^2 - W_g y_g^2 \quad (4.58)$$

$$I_{oy} = Wx^2 - W_g x_g^2 + Wz^2 - W_g z_g^2 \quad (4.59)$$

$$I_{oz} = Wy^2 - W_g y_g^2 + Wx^2 - W_g x_g^2 \quad (4.60)$$

4.2.6 Le moment d'inertie total de l'avion

Afin d'approuver la méthode ainsi que le choix des sections majeures, dix aéronefs ont été analysés en détail. Ces aéronefs ont été choisis selon les critères suivants (Finck, R. D., 1978):

- La disponibilité et de la richesse de leurs bases des données;
- La possibilité d'être analysés en détails et;
- Une large configuration, qui comprend;
 - a. ceux ayant un poids à vide de 7,000 à 125, 000 livres;
 - b. des différentes conceptions d'aile (*swept and nonswept*);
 - c. des divers types d'avions : militaires, transport, commerciales et générales;
 - d. des conceptions à multiple moteur et/ou monomoteur;
 - e. des localisations des moteurs sur l'aile et sur le fuselage;
 - f. des localisations du train d'atterrissage principal sur l'aile et sur fuselage;
 - g. des réservoirs du carburant dans le fuselage ou non et;
 - h. tous les types de configurations des empennages.

Après la finalisation du calcul des moments d'inertie de toutes les sections majeures et ceux des charges variables ou consommables, les moments d'inertie totaux de l'avion en tangage, de roulis et de lacet peuvent être alors déduits.

Le moment d'inertie, autour d'un axe quelconque, d'un corps composé des plusieurs éléments est donné par l'équation suivante (4.61) où m_1, \dots, m_n sont les masses respectives de ses composants (éléments) et I_{oyi} est le moment d'inertie du composant i autour de son axe central (passant par son centre de gravité). Le moment d'inertie total du corps composé, à son propre centre de gravité, est obtenu par l'équation (4.62) où \bar{r} est la distance moyenne entre l'axe Y et le centre de gravité de la masse totale (voir figure 4.23).

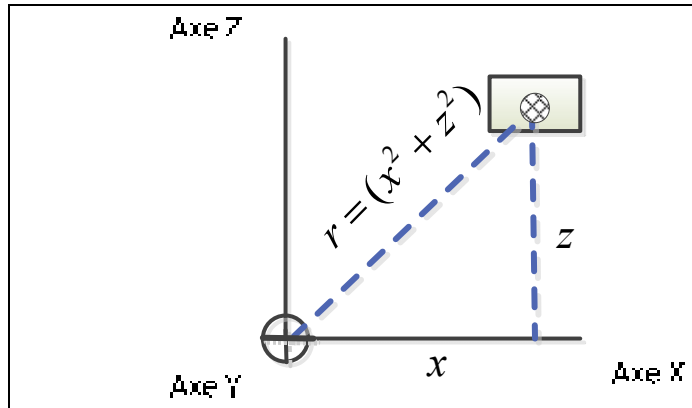


Figure 4.23 - Croquis représentatif d'un corps dans un repère quelconque

$$I_y = \sum_{i=1}^n (m_i r_i^2 + I_{oy_i}) \quad (4.61)$$

$$I_{oy} = I_y - m \bar{r}^2 \quad (4.62)$$

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^6 m_i r_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (4.63)$$

En effet, l'avion est considéré comme un corps composé de différentes masses. Ces dernières sont les différentes sections majeures ainsi que les variables consommables (les carburants) constituant l'aéronef. Ces moments d'inertie totaux par rapport aux axes X , Y et Z (de tangage, de roulis, et de lacet) sont obtenus à partir des équations (4.64), (4.65), et (4.66). Dans le but d'obtenir les moments d'inertie totaux de l'aéronef par rapport à son centre de gravité, il suffit d'appliquer les équations (4.67), (4.68), et (4.69) :

$$I_y = \sum (W_i r^2 + I_{oyi}) = \sum W x^2 + \sum W z^2 + \sum I_{oyi} \quad (4.64)$$

$$I_x = \sum (W_i r^2 + I_{oxi}) = \sum W y^2 + \sum W z^2 + \sum I_{oxi} \quad (4.65)$$

$$I_z = \sum (W_i r^2 + I_{ozi}) = \sum W x^2 + \sum W y^2 + \sum I_{ozi} \quad (4.66)$$

$$I_{oy} = I_y - \left[\frac{\sum (Wx)^2 + \sum (Wz)^2}{\sum W_i} \right] \quad (4.67)$$

$$I_{ox} = I_x - \left[\frac{\sum (Wy)^2 + \sum (Wz)^2}{\sum W_i} \right] \quad (4.68)$$

$$I_{oz} = I_z - \left[\frac{\sum (Wx)^2 + \sum (Wy)^2}{\sum W_i} \right] \quad (4.69)$$

Le Tableau 4.2 illustre toutes les variables et paramètres nécessaires pour l'estimation des moments d'inerties totaux. Il faut faire attention aux unités utilisées : toutes les valeurs de mesures des distances sont en pouces (*inch*) alors que les masses sont en livres (lb). Ceci conduit à l'obtention des moments d'inertie totaux en (lb.in²). Pour convertir ces moments d'inertie en (slug.ft²), il suffit de multiplier ce moment par [(1/144) * (1/32,17)] (Finck, R. D., 1978).

Tableau 4.2 - Synthèse des paramètres à déterminer pour l'estimation des moments d'inertie

Sections	Masse	Coordonnées des centres de la gravité			Produit de masse et coordonnée des centres de la gravité			Produit des masses et des carrés des coordonnées			Moments d'inertie		
		X	Y	Z	WX	WY	WZ	WX^2	WY^2	WZ^2	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Aile	W_a	X_a	Y_a	Z_a	$W_a X_a$	$W_a Y_a$	$W_a Z_a$	$W_a X_a^2$	$W_a Y_a^2$	$W_a Z_a^2$	I_{ax}	I_{ay}	I_{az}
Fuselage	W_f	X_f	Y_f	Z_f	$W_f X_f$	$W_f Y_f$	$W_f Z_f$	$W_f X_f^2$	$W_f Y_f^2$	$W_f Z_f^2$	I_{fx}	I_{fy}	I_{fz}
Stabilisateur horizontal	W_{sh}	X_{sh}	Y_{sh}	Z_{sh}	$W_{sh} X_{sh}$	$W_{sh} Y_{sh}$	$W_{sh} Z_{sh}$	$W_{sh} X_{sh}^2$	$W_{sh} Y_{sh}^2$	$W_{sh} Z_{sh}^2$	I_{shx}	I_{shy}	I_{shz}
Stabilisateur vertical	W_{sv}	X_{sv}	Y_{sv}	Z_{sv}	$W_{sv} X_{sv}$	$W_{sv} Y_{sv}$	$W_{sv} Z_{sv}$	$W_{sv} X_{sv}^2$	$W_{sv} Y_{sv}^2$	$W_{sv} Z_{sv}^2$	I_{svx}	I_{svy}	I_{svz}
Moteur et nacelle	W_p	X_p	Y_p	Z_p	$W_p X_p$	$W_p Y_p$	$W_p Z_p$	$W_p X_p^2$	$W_p Y_p^2$	$W_p Z_p^2$	I_{px}	I_{py}	I_{pz}
Fuel	W_f	X_f	Y_f	Z_f	$W_f X_f$	$W_f Y_f$	$W_f Z_f$	$W_f X_f^2$	$W_f Y_f^2$	$W_f Z_f^2$	I_{fx}	I_{fy}	I_{fz}
Cargo	W_c	X_c	Y_c	Z_c	$W_c X_c$	$W_c Y_c$	$W_c Z_c$	$W_c X_c^2$	$W_c Y_c^2$	$W_c Z_c^2$	I_{cx}	I_{cy}	I_{cz}
Total	$\sum_{i=1}^7 W_i$	X_{CG}	Y_{CG}	Z_{CG}	$\sum_{i=1}^7 W_i X_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i Y_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i Z_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i X_i^2$	$\sum_{i=1}^7 W_i Y_i^2$	$\sum_{i=1}^7 W_i Z_i^2$	$\sum_{i=1}^7 I_{ix}$	$\sum_{i=1}^7 I_{iy}$	$\sum_{i=1}^7 I_{iz}$

CHAPITRE 5

MODELE D'ESTIMATION DE MOMENT D'INERTIE D'UN AÉRONEF PAR LA PROCÉDURE DATCOM

5.1 Introduction

L'estimation des moments d'inertie de l'avion Cessna Citation X par la procédure *DATCOM* a exigé la détermination de deux autres paramètres qui sont les masses et les centres de gravité. Or ces deux paramètres ne sont pas donnés; il a fallu effectuer beaucoup des recherches et trouver des différentes méthodes et procédures pour les obtenir. Deux chapitres entiers ont été dédiés à l'estimation de ces deux paramètres ainsi qu'un chapitre complet a été destiné pour l'estimation du moment d'inertie. Dans ces chapitres, une description détaillée des méthodes et des procédures appliquées a été montrée. Il y a tellement des informations, des données et des instructions à suivre qu'il est difficile de retenir les multiples détails. D'où l'objectif du chapitre actuel qui consiste à proposer un modèle d'estimation de moment d'inertie des avions appartenant au groupe de l'aviation générale selon la classification donnée par *Raymer*. Ce modèle englobe toutes les étapes nécessaires à l'obtention de cette grandeur physique. Les principales instructions à suivre sont mises en évidence en les énumérant une par une et sans aucune explication ni détails.

En plus des étapes d'estimation des moments d'inertie, ce modèle inclut aussi une récapitulation des procédures d'estimation de la masse et du centre de gravité de l'avion.

Ce modèle a été validé grâce au simulateur de vol du niveau D de l'avion Cessna Citation X, qui est un des équipements de recherche, de notre laboratoire.

Pour les lecteurs désirant plus de détails sur les étapes d'estimations, ils pourront consulter les chapitres antérieurs 2, 3 et 4.

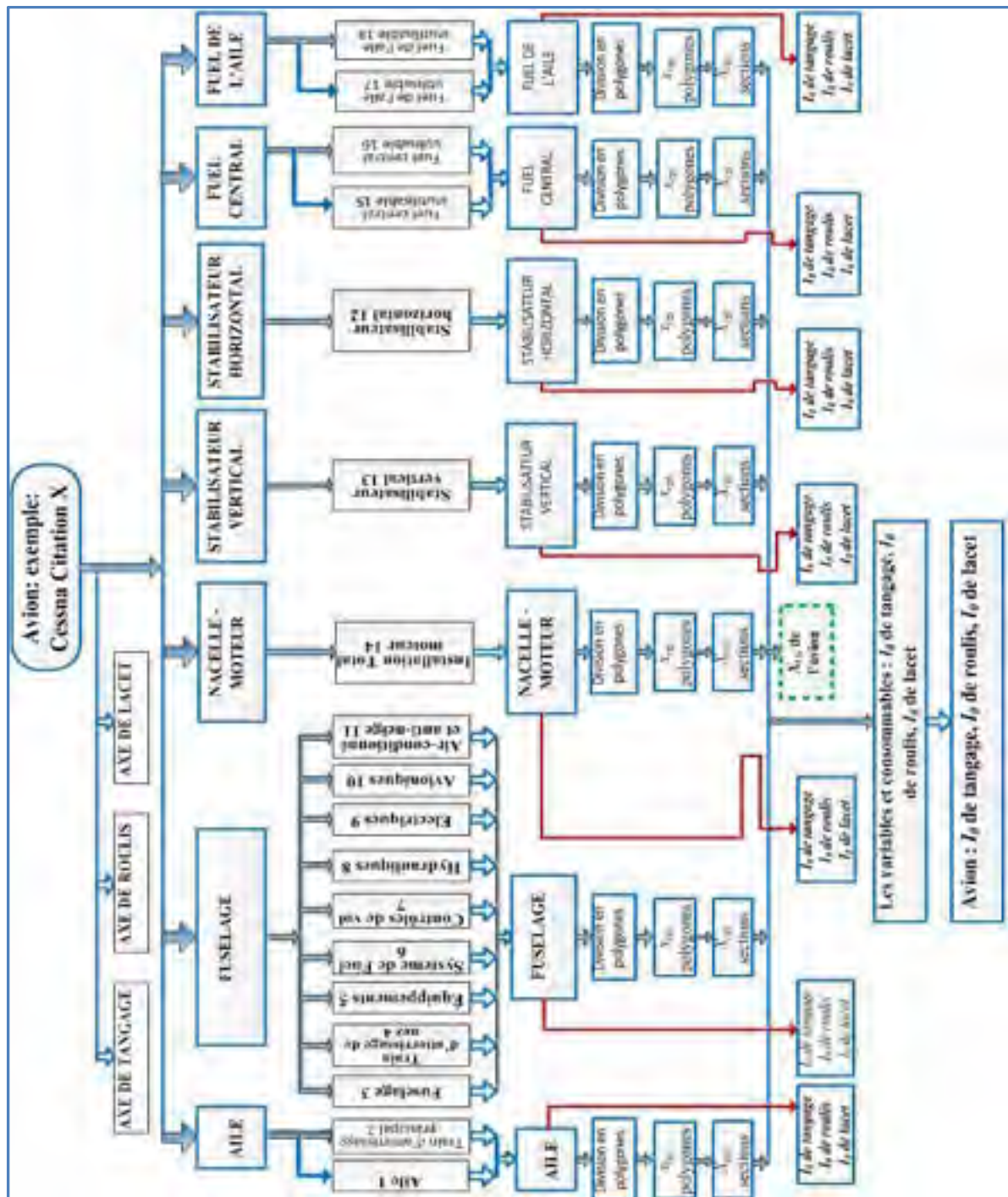
5.2 Bilan des hypothèses

1. Distribution uniforme de la masse (sans considérer les matériaux composites);
2. Les surfaces sont planes;

3. Les conditions de l'environnement sont stables;
4. Les différentes variables sont indépendantes les unes des autres;
5. Le cargo est considérée une partie du fuselage ;
6. Les formules I_0 sont basées sur avion dans une configuration avec le train d'atterrissage rentré et avec des articles consommables et variables, tels que le carburant, des marchandises et des passagers, supprimés, car il est impossible de prédire les configurations d'aéronef pour lesquels l'inertie sera nécessaire.

5.3 L'organigramme

Figure 5.1 - Organigramme représentant le modèle d'estimation du moment d'inertie



5.4 Le choix des axes

Le repère doit être choisi de façon à ce que les moments d'inertie (de tangage, de roulis, de lacet) peuvent être calculés. L'origine de ces trois axes doit être située de telle façon que les distances par rapport aux centres de gravité des sections majeures soient positives et doit être situé dans le plan de symétrie de l'avion. Ce type de localisation facilite et simplifie les calculs des moments d'inertie et minimise les erreurs.

Les étapes des calculs sont présentées ici d'une manière très simple et fiable.

5.5 Division de l'avion Cessna Citation X en plusieurs sections majeures

Le nombre optimal des sections majeures d'un avion est cinq, en plus de deux sections du carburant (fuel central et fuel de l'aile). Finalement, on a les sept sections majeures suivantes:

- Aile;
- Fuselage;
- Empennage horizontal;
- Empennage vertical;
- Nacelle et moteur;
- Fuel central;
- Fuel de l'aile.

Les sections correspondantes au stockage du fuel sont séparés des autres sections dans le but de faciliter l'étude de variation des masses résultantes de la consommation du fuel et par la suite la variation de centre de gravité et des moments d'inertie.

5.6 Calcul des masses des éléments

En appliquant la méthode de *Raymer* (Raymer, 2006), toutes les masses des parties formant les sections majeures de l'avion, sont calculées.

Cette méthode consiste à déterminer séparément les masses des diverses parties constituant l'aéronef, qui sont en total 14 parties tels énumérés dans la liste suivante:

1. Aile;
2. Train d'atterrissage principal (*Main-landing-gear*);
3. Train d'atterrissage secondaire (*Nose-landing-gear*);
4. Partie hydraulique (*Hydrolics*);
5. Partie électrique (*Electricals*);
6. Avioniques (*Avionics*);
7. Air conditionné et dégivrage (*Air-conditionning and anti-ice*);
8. Installation totale du moteur (*Installed total engine*);
9. Fuselage;
10. Les contrôles de vol (*Flight controls*);
11. Empennage horizontal;
12. Empennage vertical;
13. Le système du fuel (*Fuel system*);
14. équipements (*Furnishings*);

En plus de ces 14 parties, on doit déterminer les masses de quatre autres correspondantes aux différentes parties de fuel :

15. Quantité utilisable de fuel central;
16. Quantité inutilisable de fuel central;
17. Quantité utilisable de fuel d'aile;
18. Quantité inutilisable de fuel d'aile.

5.6.1 Les paramètres à déterminer pour les calculs des masses des éléments

Tableau 5.1 - Les variables à déterminer par élément pour le calcul de sa masse.

N°	Éléments	Paramètres à déterminer
1	Aile	$S_w, W_{fw}, A, R, T, q, \lambda, N_z, W_{dg}, t/c, A, M, \gamma, \rho$
2	Fuselage	$S_f, W_{press}, L_t, L, D, q, N_z, W_{dg}, V_{pr}$
3	Empennage horizontal	$S_{ht}, A, q, \lambda_h, N_z, W_{dg}, t/c, A, A_{ht}$

N°	Éléments	Paramètres à déterminer
4	Empennage vertical	$H_b, H_v, S_{vt}, A, q, \lambda_{vt}, N_z, W_{dg}, t/c, A_{vt}$
5	Train d'atterrissage principal	$N_b, W_l, L_m, N_{gear}, W_{dg}$
6	Train d'atterrissage avant (de nez)	$N_b, W_l, L_n, N_{gear}, W_{dg}$
7	Installation totale du moteur	N_{en}, W_{en}
8	Système de fuel	N_{en}, N_b, V_i, V_t
9	Contrôles de vol	N_z, L, B_w, W_{dg}
10	Systèmes hydrauliques	W, M, K_h
11	L'air conditionné et dégivrage	$M, W_{dg}, N_p, W_{avionics}$
12	Systèmes électriques	$W_{avionics}, W_{fuel-system}$
13	Équipements (ameublement)	W_{dg}
14	Systèmes avioniques	W_{uav}

5.6.2 Les équations à calculer (Raymer, 2006)

1. Aile;

$$W_{wing} = 0.036 S_w^{0.758} W_{fw}^{0.0035} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda} \right)^{0.6} q^{0.006} \lambda^{0.04} \left(\frac{100 t/c}{\cos \Lambda} \right)^{-0.3} (N_z W_{dg}) \quad (5.1)$$

2. Train d'atterrissage principal (*Main-landing-gear*);

$$W_{main-landing-gear} = 0.095 (N_l W_l)^{0.768} (L_m/12)^{0.409} \quad (5.2)$$

3. Train d'atterrissage secondaire (*Nose-landing-gear*);

$$W_{nose-landing-gear} = 0.125 (N_l W_l)^{0.566} (L_n/12)^{0.845} \quad (5.3)$$

4. Partie hydraulique (*Hydraulics*);

$$W_{hydraulics} = K_h W^{0.8} M^{0.5} \quad (5.4)$$

5. Partie électrique (*Electrical*);

$$W_{electrical} = 12.57 \left(W_{fuel-system} + W_{avionics} \right)^{0.51} \quad (5.5)$$

6. Avionique (*Avionics*);

$$W_{avionics} = 2.117 W_{uav}^{0.933} \quad (5.6)$$

7. Système d'air conditionné et dégivrage (*Air-conditionning and anti-ice*);

$$W_{air-conditioning-and-anti-ice} = 0.265 W_{dg}^{0.52} N_p^{0.68} W_{avionics}^{0.17} M^{0.08} \quad (5.7)$$

8. Installation total du moteur (*Installed total engine*);

$$W_{installed-engine-total} = 2.575 W_{en}^{0.922} N_{en} \quad (5.8)$$

9. Fuselage;

$$W_{fuselage} = 0.052 S_f^{1.086} \left(N_Z W_{dg} \right)^{0.177} L_t^{-0.051} (L/D)^{-0.072} q^{0.241} + W_{press} \quad (5.9)$$

10. Les commandes de vol (*Flight control*);

$$W_{flight-controls} = 0.053 L^{1.536} B_w^{0.371} \left(N_Z W_{dg} \cdot 10^{-4} \right)^{0.80} \quad (5.10)$$

11. Empennage horizontal;

$$W_{horizontal-tail} = 0.016 \left(N_Z W_{dg} \right)^{0.414} q^{0.168} S_{ht}^{0.896} \left(\frac{100t/c}{\cos \Lambda} \right)^{-0.12} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda_{ht}} \right)^{0.043} \lambda_h^{-0.02} \quad (5.11)$$

12. Empennage vertical;

$$W_{vertical-tail} = 0.073 \left(1 + 0.2 \frac{H_t}{H_v} \right) \left(N_Z W_{dg} \right)^{0.376} q^{0.122} S_{vt}^{0.873} \left(\frac{100t/c}{\cos \Lambda_{vt}} \right)^{-0.49} \left(\frac{A}{\cos^2 \Lambda_{vt}} \right)^{0.357} \lambda_v^{0.039} \quad (5.12)$$

13. Le système du fuel (*Fuel system*);

$$W_{fuel-system} = 2.49V_t^{0.726} \left(\frac{1}{1+V_i/V_t} \right)^{0.363} N_t^{0.242} N_{en}^{0.157} \quad (5.13)$$

14. Équipements (*Furnishings*).

$$W_{furnishings} = 0.0582W_{dg} - 65 \quad (5.14)$$

Pour les éléments constituant les sections de fuel (central et de l'aile), il n'y a pas des équations à appliquer mais il faut chercher les valeurs de leurs quantités dans les paramètres ou les performances de l'avion correspondant.

5.7 Calcul des masses des diverses sections majeures

Les masses des sections majeures sont obtenues en additionnant les masses correspondantes aux éléments constituant ces sections.

Tableau 5.2 - Répartition des éléments par section

N°	Sections majeures	Éléments constitutants (Composantes)
1	Aile	<ul style="list-style-type: none"> • Aile; • Train d'atterrissage principal.
2	Fuselage	<ul style="list-style-type: none"> • Fuselage; • Train d'atterrissage avant; • Équipements; systèmes de fuel; • Système avioniques; • Système électriques; • Système hydrauliques; • Système de contrôles de vol; • Systèmes d'air-conditionné et dégivrage.
3	Empennage horizontal	<ul style="list-style-type: none"> • Empennage horizontal.
4	Empennage vertical	<ul style="list-style-type: none"> • Empennage vertical.
5	Nacelle et Moteur	<ul style="list-style-type: none"> • Installation totale de moteur.
6	Fuel central	<ul style="list-style-type: none"> • Fuel central utilisable; • Fuel central inutilisable.

N°	Sections majeures	Éléments constituant (Composantes)
7	Fuel de l'aile	<ul style="list-style-type: none"> Fuel de l'aile utilisable; Fuel de l'aile inutilisable.

5.8 Estimation des centres de gravité

Tel que représenté dans l'organigramme de la Figure 5.1, on commence par la division de chacune de sections majeures en polygones simples. Puis on détermine les centres de gravités de ces derniers à l'aide des équations (5.15), (5.16) et (5.17). Ensuite on déduit les centres de gravité des sections en appliquant les équations (5.18), (5.19) et (5.20). Et finalement, la position du centre de gravité global de l'avion est déterminée grâce aux équations (5.21), (5.22) et (5.23).

5.8.1 Les paramètres à déterminer

Tableau 5.3 - Les variables à déterminer pour l'estimation des centres de gravité

Sections majeures		Nombre des polygones (latéral, longitudinal)	Polygones simples	Sections majeures	Centre de gravité global de l'avion
1	Aile	(2,13)	(x_i, y_i, z_i) des extrémités des polygones simples composants chacune de sections majeures	$(x_{cgi}, y_{cgi}, z_{cgi})$ des centres de gravité des polygones simples et leurs surfaces correspondantes A_i	$(X_{cgi}, Y_{cgi}, Z_{cgi})$ des centres de gravité des sections majeures et de leurs masses M_i ainsi que la masse globale M
2	Fuselage	(11,16)			
3	Empennage horizontal	(1,7)			
4	Empennage vertical	(6,4)			
5	Nacelle et Moteur	(7,6)			
6	Fuel central	(5, x)			
7	Fuel de l'aile	(8,2)			

5.8.2 Les équations à utiliser pour la détermination des centres de gravité

- Les équations de détermination des centres de gravité des polygones simples (Alexander A., 2004) :

$$x_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})} \quad (5.15)$$

$$y_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(y_i x_{i+1} - x_i y_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (y_i x_{i+1} - x_i y_{i+1})} \quad (5.16)$$

$$z_{cg} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (z_i + z_{i+1})(z_i x_{i+1} - x_i z_{i+1})}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (z_i x_{i+1} - x_i z_{i+1})} \quad (5.17)$$

- Les équations de détermination des centres de gravité des sections majeures (Alexander A., 2004) :

$$X_{cg} = \frac{\sum_i x_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (5.18)$$

$$Y_{cg} = \frac{\sum_i y_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (5.19)$$

$$Z_{cg} = \frac{\sum_i z_{cgi} A_i}{\sum_i A_i} \quad (5.20)$$

- Calcul de position du centre de gravité global de l'avion (Alexander A., 2004) :

$$X_{CG} = \frac{\sum_i X_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (5.21)$$

$$Y_{CG} = \frac{\sum_i Y_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (5.22)$$

$$Z_{CG} = \frac{\sum_i Z_{cgi} M_i}{\sum_i M_i} \quad (5.23)$$

5.9 Estimation des moments d'inerties I_0 des sections majeures

On va représenter dans la section actuelle les paramètres nécessaires et les équations à utiliser pour déterminer les moments d'inertie de tangage, de roulis et de lacet des sections majeures.

5.9.1 Les paramètres à déterminer

Tableau 5.4 – Les variables du calcul des moments d'inertie des sections majeures

N°	Sections majeures	Paramètres à déterminer
1	Aile	$b, \lambda_w, C_b, C_r, \rho, K_0, W_w, y_w, K_l$
2	Fuselage	$l_B, S_s, A_{top}, A_{side}, l_{max}, \phi_{max}, d, W_f, K_2, X_f, K_3, W_{fs}$
3	Empennage horizontal	$C_{rh}, \lambda_h, b_h, W_h, C_{th}, \rho, y_h, K_0, K_4,$
4	Empennage vertical	$C_{rv}, \lambda_v, b_v, W_v, C_{tv}, \rho, Z_v, K_0, K_5,$
5	Nacelle et moteur	W_e, d_e, W_p, l_p, l_e
6	Fuel central et de l'aile	$C, t, b_w, W_{fb},$
7	Cargo	$V_1, V_2, L_{cabine}, l_b, h, l_{cargo}, x_{cockpit}, x_{nez}, l_l, H, W_g, d_g, r_l, x_g, y_g, z_g$

5.9.2 Les équations à utiliser

Une fois que toutes les variables citées dans le Tableau 5.4 sont déterminées, les moments d'inertie de tangage, de roulis et de lacet des sections majeures ainsi que le moment d'inertie global de l'avion sont obtenus grâce aux équations suivantes.

5.9.2.1 Aile (Finck, R. D., 1978)

➤ Le moment de tangage :

$$C_a = C_r \quad (5.24)$$

$$C_b = \frac{b_w \tan(\lambda_w)}{2} \quad (5.25)$$

$$C_c = C_t + \frac{b_w \tan(\lambda_w)}{2} \quad (5.26)$$

Les paramètres C_a , C_b et C_c sont associés à ces variables tout en vérifiant l'équation (5.27) suivante (de même pour le cas de l'empennage horizontal et vertical).

$$C_a \langle C_b \langle C_c \quad (5.27)$$

$$\rho = \frac{2W_w}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (5.28)$$

$$W_w x = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (5.29)$$

$$I_{yw} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (5.30)$$

$$I_{oy} = K_0 \left[I_{yw} - \frac{(W_w x)^2}{W_w} \right] \quad (5.31)$$

➤ Le moment de roulis :

$$K = \frac{y_w}{\frac{b_w}{6} \frac{C_r + 2C_t}{C_r + C_t}} \quad (5.32)$$

$$I_{ox} = \frac{W_w b_w^2 K_1}{24} \left(\frac{C_r + 3C_t}{C_r + C_t} \right) \quad (5.33)$$

➤ Le moment de lacet :

$$I_{oz} = I_{ox} + I_{oy} \quad (5.34)$$

5.9.2.2 Fuselage (Finck, R. D., 1978)

➤ Le moment de tangage :

$$F = \frac{\left| \frac{\ell_B}{2} - \bar{x}_f \right|}{\frac{\ell_B}{2}} \quad (5.35)$$

$$S_s = 3.4 \left(\frac{A_{top} + A_{side}}{2} \right) \quad (5.36)$$

$$d = \frac{\phi_{max} + l_{max}}{2} \quad (5.37)$$

$$I_{oy} = \frac{W_f S_s K_2}{37.68} \left(\frac{3d}{2\ell_B} + \frac{\ell_B}{d} \right) \quad (5.38)$$

➤ Le moment de roulis :

$$T = \frac{d^{1/2} W_{fs}}{W_f} \quad (5.39)$$

$$I_{ox} = \frac{W_f K_3}{4} \left(\frac{S_s}{\pi \ell_B} \right)^2 \quad (5.40)$$

➤ Le moment de lacet :

$$I_{oz} = I_{oy} \quad (5.41)$$

5.9.2.3 Empennage horizontal (Finck, R. D., 1978)

➤ Le moment de tangage :

$$C_a = C_{rh} \quad (5.42)$$

$$C_b = \frac{b_h \tan(\lambda_h)}{2} \quad (5.43)$$

$$C_c = C_{th} + \frac{b_h \tan(\lambda_h)}{2} \quad (5.44)$$

$$\rho = \frac{2W_h}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (5.45)$$

$$W_h x = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (5.46)$$

$$I_{yh} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (5.47)$$

$$I_{oy} = K_0 \left(I_{yh} - \frac{(W_h x)^2}{W_w} \right) \quad (5.48)$$

➤ Le moment de roulis :

$$H = \frac{y_h}{\frac{b_h}{6} \frac{C_{rh} + 2C_{th}}{C_{rh} + C_{th}}} \quad (5.49)$$

$$I_{ox} = \frac{W_h b_h^2 K_4}{24} \left(\frac{C_{rh} + 3C_{th}}{C_{rh} + C_{th}} \right) \quad (5.50)$$

➤ Le moment de lacet :

$$I_{oz} = I_{ox} + I_{oy} \quad (5.51)$$

5.9.2.4 Empennage vertical (Finck, R. D., 1978)

➤ Le moment de lacet :

$$C_a = C_{rv} \quad (5.52)$$

$$C_b = b_v \tan(\lambda_v) \quad (5.53)$$

$$C_c = C_{tv} + b_v \tan(\lambda_v) \quad (5.54)$$

$$\rho = \frac{2W_v}{(-C_a + C_b + C_c)} \quad (5.55)$$

$$W_v z = \frac{\rho}{6} [-C_a^2 + C_b^2 + C_c C_b + C_c^2] \quad (5.56)$$

$$I_{zv} = \frac{\rho}{12} [-C_a^3 + C_b^3 + C_c^2 C_b + C_c C_b^2 + C_c^3] \quad (5.57)$$

$$I_{oz} = K_0 \left(I_{zv} - \frac{(W_v z)^2}{W_v} \right) \quad (5.58)$$

Le facteur constant K_0 est tel que $K_0 = 0.771$.

➤ Le moment de roulis :

$$K = \frac{Z_v}{\frac{b_v}{3} \frac{C_{rv} + 2C_{tv}}{C_{rv} + C_{tv}}} \quad (5.59)$$

$$I_{ox} = \frac{W_v b_v^2 K_5}{18} \left[1 + \frac{2C_{rv} C_{tv}}{(C_{rv} + C_{tv})^2} \right] \quad (5.60)$$

➤ Le moment de tangage:

$$I_{oy} = I_{ox} + I_{oz} \quad (5.61)$$

5.9.2.5 Nacelle et moteur (Finck, R. D., 1978)

➤ Le moment de tangage :

$$I_{oy} = 0.061 \left(\frac{3}{4} W_p d_e^2 + W_e l_e^2 + (W_p - W_e) l_p^2 \right) \quad (5.62)$$

➤ Le moment de roulis :

$$I_{ox} = 0.083 W_p d_e^2 \quad (5.63)$$

➤ Le moment de lacet :

$$I_{oz} = I_{oy} \quad (5.64)$$

5.10 Estimation de moments d'inertie I_θ des variables et des consommables (Finck, R. D., 1978)

5.10.1 Moment d'inertie de carburant

$$t = 0.099 * MAC \quad (5.65)$$

$$I_{oy} = \frac{W_{fl}}{12} (c^2 + t^2) \quad (5.66)$$

$$I_{ox} = \frac{W_{fl}}{12} (b_w^2 + t^2) \quad (5.67)$$

$$I_{oz} = \frac{W_{fl}}{12} (c^2 + b_w^2) \quad (5.68)$$

5.10.2 Moment d'inertie de cargo

$$h = x_{cockpit} - x_{nez} \quad (5.69)$$

$$l_{cargo} = l_b - (h + L_{cabine}) \quad (5.70)$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{V_1}{l_1}} \quad (5.71)$$

$$H = \sqrt{\frac{V_2}{L}} \quad (5.72)$$

$$d_g = \frac{W_g}{V_1 + V_2} \quad (5.73)$$

$$x_g = \frac{\int_0^L d_g H^2 x dx + \int_L^{L+l_1} r_1 h_1 d_g x dx}{W_g} \quad (5.74)$$

$$y_g = \frac{\int_0^{\frac{H-r_1}{2}} LH d_g x dx + \int_{\frac{H-r_1}{2}}^{\frac{r_1+H-r_1}{2}} (L+l_1) H d_g x dx + \int_{\frac{r_1+H-r_1}{2}}^{\frac{H+r_1}{2}} LH d_g x dx}{W_g} \quad (5.75)$$

$$z_g = \frac{\int_0^{h_1} d_g (L+l_1) x dx + \int_{h_1}^{H+h_1} LH d_g x dx}{W_g} \quad (5.76)$$

On calcule ensuite les seconds moments donnés par les formules ci-dessous :

$$Wx^2 = \int_0^L d_g H^2 x^2 dx + \int_L^{L+l_1} r_1 h_1 d_g x^2 dx \quad (5.77)$$

$$Wy^2 = \int_0^{\frac{H-r_1}{2}} LH d_g x^2 dx + \int_{\frac{H-r_1}{2}}^{r_1 + \frac{H-r_1}{2}} (L+l_1) H d_g x^2 dx + \int_{r_1 + \frac{H-r_1}{2}}^{H + \frac{H-r_1}{2}} LH d_g x^2 dx \quad (5.78)$$

$$Wz^2 = \int_0^{h_1} d_g (L+l_1) x^2 dx + \int_{h_1}^{H+h_1} LH d_g x^2 dx \quad (5.79)$$

Finalement, on détermine les moments d'inerties de tangage, de roulis et de lacet de cargo à l'aide des équations ci-dessous :

$$I_{ox} = Wz^2 - W_g z_g^2 + Wy^2 - W_g y_g^2 \quad (5.80)$$

$$I_{oy} = Wx^2 - W_g x_g^2 + Wz^2 - W_g z_g^2 \quad (5.81)$$

$$I_{oz} = Wy^2 - W_g y_g^2 + Wx^2 - W_g x_g^2 \quad (5.82)$$

5.11 Estimation de moments d'inertie I_θ total de l'avion (Finck, R. D., 1978)

Une fois le calcul des moments d'inertie des toutes les sections majeures et des charges variables ou consommables est effectué et enregistré dans le Tableau 5.5, les moments d'inertie totale de tangage, de roulis et de lacet de l'avion peuvent être alors déterminés.

Pour la détermination des moments d'inertie totaux de l'avion autour des axes x , y et z , il suffit d'appliquer les équations suivantes :

$$I_y = \sum (W_i r^2 + I_{oyi}) = \sum Wx^2 + \sum Wz^2 + \sum I_{oyi} \quad (5.83)$$

$$I_x = \sum (W_i r^2 + I_{oxi}) = \sum Wy^2 + \sum Wz^2 + \sum I_{oxi} \quad (5.84)$$

$$I_z = \sum (W_i r^2 + I_{ozi}) = \sum Wx^2 + \sum Wy^2 + \sum I_{ozi} \quad (5.85)$$

Pour déterminer les moments d'inertie totaux (de tangage, de roulis et de lacet) de l'avion en son centre de gravité, on utilise les équations simplifiées suivantes :

$$I_{oy} = I_y - \left[\frac{\sum (Wx)^2 + \sum (Wz)^2}{\sum W_i} \right] \quad (5.86)$$

$$I_{ox} = I_x - \left[\frac{\sum (Wy)^2 + \sum (Wz)^2}{\sum W_i} \right] \quad (5.87)$$

$$I_{oz} = I_z - \left[\frac{\sum (Wx)^2 + \sum (Wy)^2}{\sum W_i} \right] \quad (5.88)$$

Tableau 5.5 - Synthèse de tous les paramètres à déterminer pour l'estimation de moments d'inertie

Sections	Masse	Coordonnées des centres de la gravité			Produit de masse et coordonnée des centres de la gravité			Produit des masses et des carrées des coordonnées			Moments d'inertie		
		X	Y	Z	WX	WY	WZ	WX ²	WY ²	WZ ²	I _{xx}	I _{yy}	I _{zz}
Aile	W _w	x _w	y _w	Z _w	W _w x _w	W _w y _w	W _w z _w	W _w x _w ²	W _w y _w ²	W _w z _w ²	I _{ax}	I _{ay}	I _{az}
Fuselage	W _f	x _f	y _f	Z _f	W _f x _f	W _f y _f	W _f z _f	W _f x _f ²	W _f y _f ²	W _f z _f ²	I _{fx}	I _{fy}	I _{fz}
Stabilisateur horizontal	W _{sh}	x _{sh}	y _{sh}	Z _{sh}	W _{sh} x _{sh}	W _{sh} y _{sh}	W _{sh} z _{sh}	W _{sh} x _{sh} ²	W _{sh} y _{sh} ²	W _{sh} z _{sh} ²	I _{sx}	I _{sy}	I _{sz}
Stabilisateur vertical	W _{sv}	x _{sv}	y _{sv}	Z _{sv}	W _{sv} x _{sv}	W _{sv} y _{sv}	W _{sv} z _{sv}	W _{sv} x _{sv} ²	W _{sv} y _{sv} ²	W _{sv} z _{sv} ²	I _{vx}	I _{vy}	I _{vz}
Moteur et nacelle	W _p	x _p	y _p	Z _p	W _p x _p	W _p y _p	W _p z _p	W _p x _p ²	W _p y _p ²	W _p z _p ²	I _{px}	I _{py}	I _{pz}
Fuel	W _{fi}	x _{fi}	y _{fi}	Z _{fi}	W _{fi} x _{fi}	W _{fi} y _{fi}	W _{fi} z _{fi}	W _{fi} x _{fi} ²	W _{fi} y _{fi} ²	W _{fi} z _{fi} ²	I _{fix}	I _{fiy}	I _{fiz}
Cargo	W _g	x _g	y _g	Z _g	W _g x _g	W _g y _g	W _g z _g	W _g x _g ²	W _g y _g ²	W _g z _g ²	I _{gx}	I _{gy}	I _{gz}
Total	$\sum_{i=1}^7 W_i$	X _{CG}	Y _{CG}	Z _{CG}	$\sum_{i=1}^7 W_i X_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i Y_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i Z_i$	$\sum_{i=1}^7 W_i X_i^2$	$\sum_{i=1}^7 W_i Y_i^2$	$\sum_{i=1}^7 W_i Z_i^2$	$\sum_{i=1}^7 I_{axi}$	$\sum_{i=1}^7 I_{ayi}$	$\sum_{i=1}^7 I_{azi}$

CHAPITRE 6

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

6.1 Introduction

Ce chapitre s'attarde, tout d'abord, sur l'évaluation et l'interprétation des résultats obtenus de l'estimation de la masse, du centre de gravité et du moment d'inertie.

Dans un premier temps, nous présenterons les résultats obtenus lors du calcul, par les méthodes de Raymer, de la masse de l'aéronef Cessna Citation X ainsi que celles de ses composants.

Ensuite, nous démontrons les résultats concernant le calcul du centre de gravité de cet avion et sa variation en fonction de la variation de sa masse globale, résultant de la consommation de fuel pendant le vol de l'avion, tout en gardant les autres paramètres constants. Ces résultats sont comparés avec des valeurs de référence obtenus du simulateur de vol et qui sont utilisées pour valider les résultats de calcul.

En dernier lieu, on présentera les résultats obtenus lors de l'estimation des moments d'inertie par l'application des méthodes de DATCOM. Nous allons comparer les résultats obtenus avec leurs valeurs réelles obtenues aussi en utilisant le simulateur de vol du Cessna Citation X existant au LARCASE.

6.2 Validation du calcul de la masse de l'avion

Comme déjà précisé au chapitre 2 du mémoire, les masses de différentes sections de l'avion sont déterminées par les méthodes de calcul de Raymer.

Dans le Tableau 6.1, les masses en lb sont estimées pour les sept sections de l'avion Cessna Citation X (aile, fuselage, nacelle et moteur, stabilisateur horizontal, stabilisateur vertical, fuel central, et fuel de l'aile).

Le maximum de poids estimé au moment de décollage est égal à 33291,9 lb alors que le maximum du poids au décollage donnée par CAE .Inc est égal à 35700 lb d'où on obtient une

erreur de 6,75 % qui est un excellent résultat vu que la marge d'erreur donnée par *RAYMER* (Raymer, 2006; Roskam, 2003b) était de $\pm 10\%$.

Tableau 6.1 - Estimation du poids pour les sections majeures

Sections	Poids (lb)	Poids au décollage (TO) estimé (lb)	Poids au décollage (TO) CAE (lb)	% ERREUR
Aile	4199,5	33291,93	35700	6,75
Fuselage	10539,174			
Empennage horizontal	334,783			
Empennage vertical	623,97			
Nacelle & moteur	4594,5			
Fuel Central	6000			
Fuel de l'aile	7000			

6.3 Validation d'estimation du centre de gravité

Grâce aux méthodes mentionnées plus haut dans la chapitre 3, on a estimé, tout d'abord, les centres de gravité de tous les polygones constituant chacune des sections majeures. Ces centres de gravité sont les points présentés par un « * » dans la Figure 6.1 et la Figure 6.2.

Les centres des gravité des différentes sections de l'avion (sept sections : aile, fuselage, nacelle et moteur, stabilisateur vertical, stabilisateur horizontal, fuel de l'aile et fuel central) sont estimés : ce sont les points présentés par « ° » dans la Figure 6.1 et la Figure 6.2.

Ensuite, en fonction des coordonnées des centres de gravités des sections majeures, le centre de gravité global de l'avion Cessna Citation X a été déduit en appliquant les équations (3.7), (3.8) et (3.9). Les valeurs trouvées sont montrées dans Tableau 6.2.

Dans ce tableau, on y trouve les coordonnées dans les trois plans du repère *X*, *Y*, et *Z* des centres de gravités de sept sections ainsi que celui de l'aéroplane.

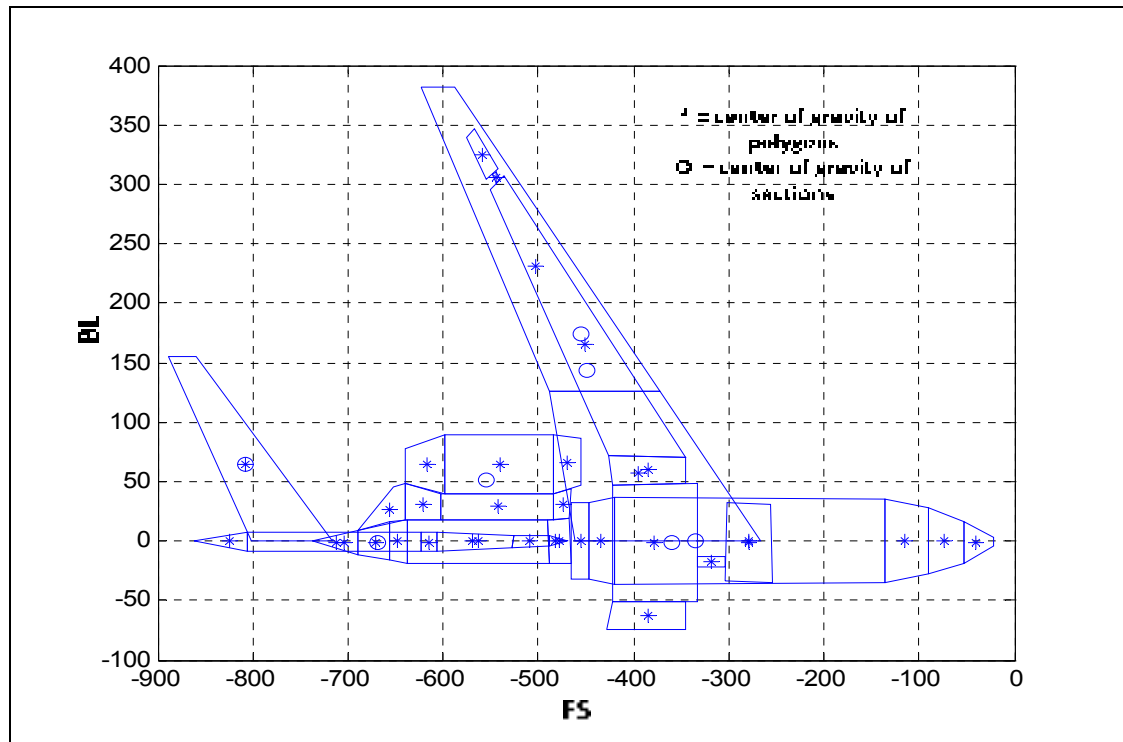


Figure 6.1 - Les diverses sections de l'avion Cessna Citation X : les positions de ses centres de gravité ainsi que celles de ses polygones : vue de dessus

Tel est montré dans le Tableau 6.2, le centre de gravité de l'avion se trouve presque dans son plan de symétrie: $Y_{cg} = -0,024$ in.

C'est une valeur négligeable, elle est légèrement décalé de l'axe Y . Ce décalage est dû aux deux hypothèses adoptées, aux erreurs du calcul ainsi qu'aux manques d'informations. Donc le centre de gravité peut être considéré dans le plan de symétrie. Ce qui donne un résultat fiable vu que notre aéroplane est symétrique.

D'ailleurs c'est la raison pour laquelle on avait juste besoin de travailler sur la moitié de l'avion (symétrique) pour le cas de la coupe latérale (vue de dessus) dans la Figure 6.1.

Tableau 6.2 - Résultats obtenus pour l'estimation des centres de gravité de l'aéronef Cessna Citation X

	<i>Aile</i>	<i>Empennage horizontal</i>	<i>Empennage Vertical</i>	<i>Nacelle et moteur</i>	<i>Fuselage</i>	<i>Fuel aile</i>	<i>Fuel central</i>	<i>Avion</i>
Poids (lb)	4199,5	334,783	623,967	4594,5	10539,17	7000	6000	$33,29 \cdot 10^3$
X (in)	-412,72	-791,223	-667,782	550,931	333,992	-450	352,56	-412,454
Y (in)	0	0	0	0	0	0	-0,135	-0,024
Z (in)	91,494	-242,299	-206,557	150,392	118,959	96,23	80,679	-111,036

Pour le cas de la vue de côté (vue longitudinal), l'avion entier a été considéré tel que présenté dans la Figure 6.2 où les centres de gravité ont été estimés dans le plan (X, Z) .

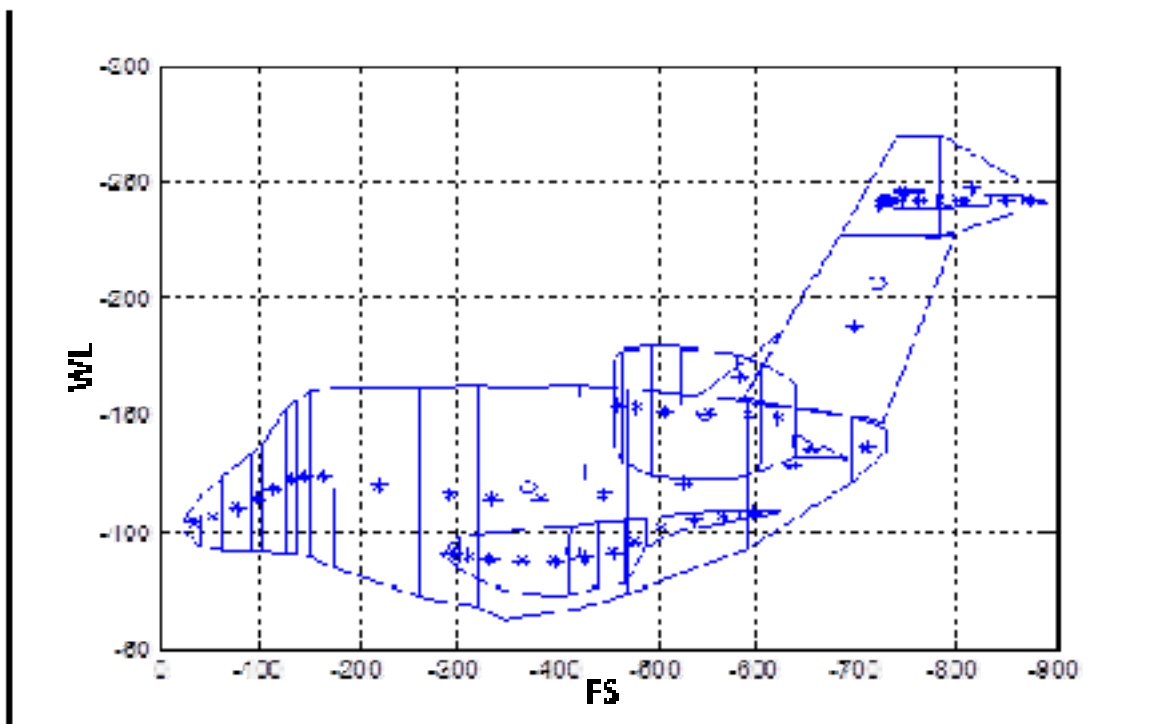


Figure 6.2 - Les diverses sections de l'avion Cessna Citation X incluant les positions de ses centres de gravité ainsi que celles de ses polygones : vue de côté

6.4 Validation d'estimation de la composante X (=FS) du centre de gravité

L'aéronef Cessna Citation X a trois réservoirs principaux situés dans l'aile droite, l'aile gauche et dans le fuselage.

Le réservoir situé dans le fuselage est constitué par le réservoir de carénage avant et le réservoir central qui sont liés par une ligne ouverte sans aucun clapet (vanne). Le réservoir de carénage avant est situé à un niveau supérieur que celui du central ; permettant ainsi le transfert de fuel par gravité (FlightSafety international, 2000a).

Le réservoir du fuselage (de carénage avant et central) nommé aussi réservoir central a une capacité totale de 6 000 lb du carburant, alors que la capacité de chaque aile est de 3 500 lb. Donc la capacité totale de trois réservoirs est 13 000 lb (FlightSafety international, 2000a).

Le système de transfert de fuel est utilisé pour transférer le fuel du réservoir central vers le réservoir de l'aile gauche et droite. Ce système de transfert fonctionne automatiquement en assurant une alimentation continue du carburant au moteur (FlightSafety international, 2000a).

Après la consommation d'environ 100 lb de fuel dans chaque réservoir d'aile, le fuel est transféré du réservoir central vers les deux réservoirs externes (droite et gauche) pour remplacer la quantité manquante de façon à maintenir les réservoirs d'aile à une quantité complète jusqu'à l'épuisement total du réservoir central (FlightSafety international, 2000a).

Pour valider la composante X du centre de gravité de l'aéronef Cessna Citation X estimé théoriquement, on a étudié la variation de la position X du centre de gravité en fonction de la variation de la masse totale de l'avion suite à la consommation de fuel. Les positions obtenues sont ensuite placées dans l'enveloppe du vol, donnée par le simulateur de vol. La Figure 6.3 représente l'enveloppe des centres de gravité dans lequel l'avion est stable ou stabilisable. À l'extérieur de cette enveloppe le comportement de l'avion est inconnu ou présente des risques et probablement des instabilités.

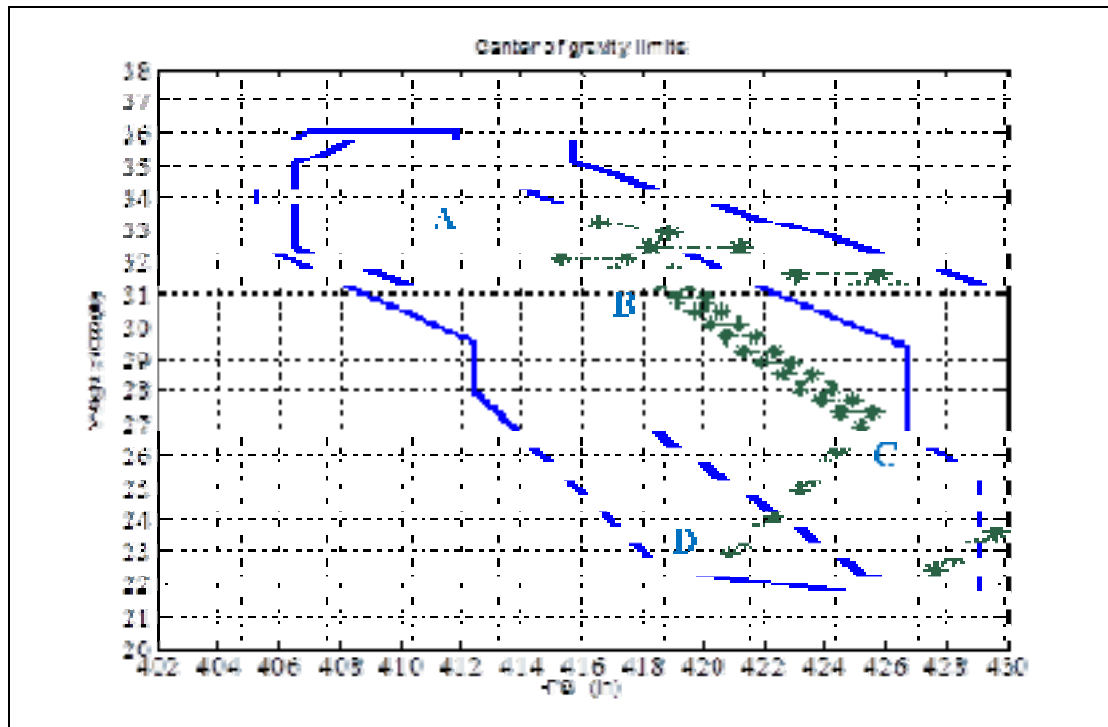


Figure 6.3 - Représentation des différentes positions du centre de gravité global
 Dans l'enveloppe de vol de l'aéronef Cessna Citation X
 adapté de (FlightSafety international, 2000a)

D'après la Figure 6.3, la courbe de variation de position de centre de gravité global de l'avion Cessna Citation X en fonction de la consommation de fuel (variation de la masse totale de l'avion) présente trois différentes pentes : une pente pour la partie AB de la courbe, une pente pour la partie BC et une dernière pente pour la partie CD.

En effet, la partie AB est le résultat de l'échange de fuel entre les réservoirs de l'aile et celui de carénage avant: le centre de gravité global se déplace en une trajectoire sous forme de zigzag avec une pente décroissante et il s'éloigne de plus en plus du nez de l'avion. La consommation de fuel de réservoir de carénage avant cause l'éloignement de centre de gravité du nez de l'aéronef alors que la diminution de fuel de l'aile rapproche le centre de gravité du nez de l'avion; déplacement dans le sens inverse. Cette réaction persiste jusqu'à l'épuisement total de fuel dans le réservoir de carénage avant (voir Tableau-A VII-1 et Tableau-A VIII-1).

La partie BC est aussi une droite de pente décroissante, mais sa pente est encore plus aiguë que la partie AB. Le centre de gravité se déplace de plus en plus vers la queue de l'avion de manière zigzaguez. Cette partie est due au transfert de fuel du réservoir central vers celui de l'aile jusqu'à ce que le réservoir central soit vidé complètement de son fuel utilisable (voir Tableau-A VII-1 et Tableau-A VIII-1).

Puis la variation des positions du centre de gravité en fonction de la masse change brusquement de trajectoire. Il devient une droite linéaire de pente décroissante. Le centre de gravité de l'avion se déplace de plus en plus vers le nez de l'aéronef. Cela est le résultat de la consommation du carburant de réservoir de l'aile (voir Tableau-A VII-1 et Tableau-A VIII-1).

6.5 Validation des composantes Y et Z du centre de gravité : Y_{cg} , Z_{cg}

Pour des différentes valeurs des masses obtenues par la variation de quantités de fuel dans les trois réservoirs (l'aile gauche, l'aile droite et le réservoir central), on calcule les coordonnées Y et Z du centre de gravité de l'aéronef Cessna Citation X correspondants à la composante X du centre de gravité qui a été déjà estimée et validée.

La courbe représentative de la composante selon Y du centre de gravité est une droite presque horizontale et qui passe par la valeur zéro, origine du repère, voir la Figure 6.4. Les petites perturbations sont dues au centre de gravité élémentaire du cylindre reliant le réservoir central et le réservoir de carénage avant dont la position est un peu décalée du plan de symétrie de l'avion ($Y = -17,27$). Dès qu'ils se vident complètement du carburant (le cylindre et le réservoir de carénage) le centre de gravité global de l'avion devient dans le plan de symétrie. Certainement dans le cas réel, cet élément (cylindre = ligne ouverte) est équilibré par d'autres éléments de l'avion alors que pour arriver à estimer les positions de centre de gravité on a été obligé de négliger quelques paramètres en adoptant des hypothèses qui sont déjà mentionnés auparavant (uniformité de distribution des masses et les régularités des surfaces). (voir Tableau-A VII-1 , Tableau-A VIII-1, Tableau-A VIII-2)

Le centre de gravité est alors dans le plan de symétrie et par la suite le résultat est adéquat avec notre type d'avion qui est un avion symétrique : résultat validé avec le simulateur de vol.

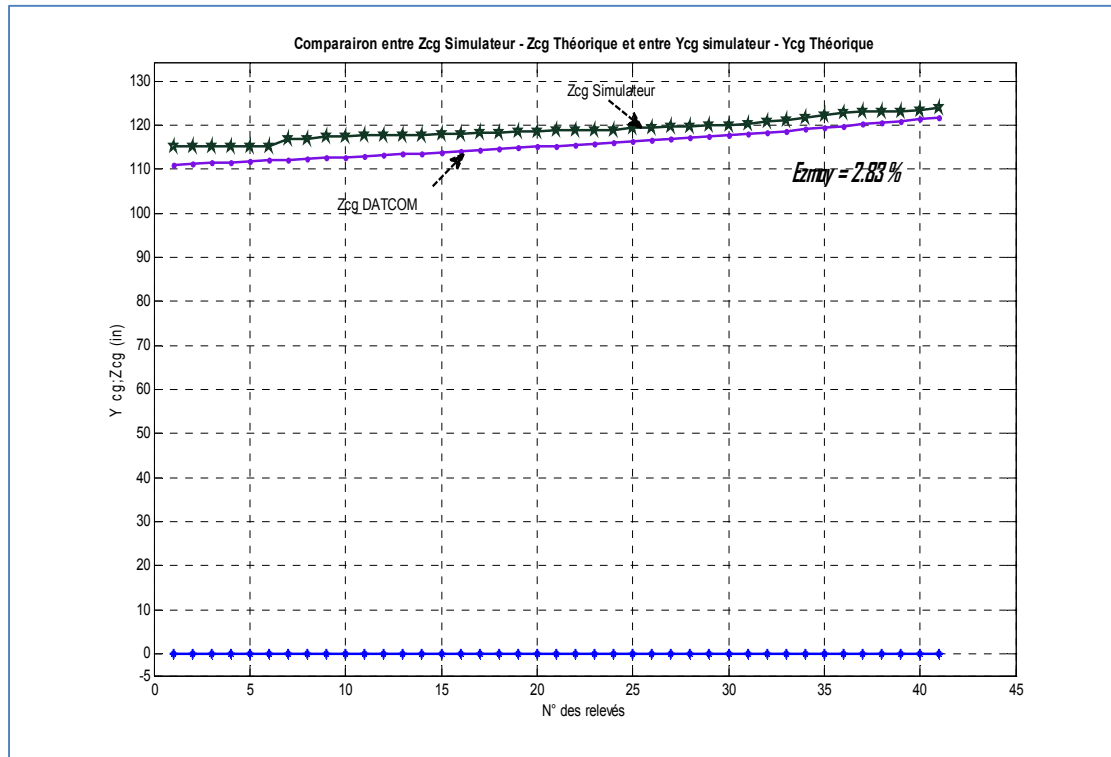


Figure 6.4 - Courbes représentatives des variations des composantes Y et Z des positions du centre de gravité global du Cessna Citation X pour le cas du calcul théorique et le cas du simulateur de vol

L'étude de la composante Z du centre de gravité nous montre la présence d'un léger décalage entre les valeurs de l'ordonnée Z du centre de gravité donnée par DATCOM et celle du simulateur de vol.

Ce décalage diminue de plus en plus que le carburant est consommé, et de plus en plus les courbes représentatives de Z (simulateur et DATCOM) se rapprochent l'une de l'autre. La différence entre les deux valeurs diminue et varie de 4,26 % jusqu'à 1,63 % ; sa valeur moyenne est seulement 2,83 %, voir Tableau-A VIII-1 et Tableau-A VIII-2.

La valeur la plus importante du décalage apparaît essentiellement au début lorsque le réservoir central n'est pas complètement vidé.

Cette légère différence entre les valeurs de Z est peut-être due à la négligence de beaucoup des paramètres et aux multiples simplifications qui nous ont amené à adopter des hypothèses dont on cite quelques-unes :

- La hauteur (l'épaisseur) du réservoir : par manque des données et d'informations nous avons considéré que le réservoir de droite et de gauche ont les mêmes épaisseurs que l'épaisseur de l'aile;
- La position et l'épaisseur du réservoir central et de celui de carénage avant sont approximatives, car nous n'avons aucune donnée ou information;
- Ignorance de la forme exacte du réservoir (on a supposé qu'il est rectangulaire).

Sans oublier les deux principales hypothèses qu'on a adoptées pour estimer le centre de gravité de l'avion Cessna Citation X (uniformité de distribution des masses et les régularités des surfaces).

6.6 Validation d'estimation des moments d'inertie

Pour une masse et un centre de gravité (X_{cg} , Z_{cg}) donnés, nous avons estimé les moments d'inerties correspondants à l'aide de méthode de DATCOM. Ensuite, on a déterminé les moments d'inertie donnés par le simulateur de vol pour valider ceux calculés par le procédé de DATCOM.

Dans l'état initial (où les réservoirs sont pleins : au décollage), on a un décalage considérable entre les moments d'inertie donnés par le simulateur de vol et par DATCOM; mais il diffère selon les moments d'inertie I_{xx} , I_{yy} , et I_{zz} (voir Tableau-A IX-1, Tableau-A IX-2 et Tableau-A IX-3 en annexe IX).

Le décalage le plus grand pour chacune de trois moments d'inerties est de 45,8 % pour I_{xx} , de 7,68% pour I_{yy} et de seulement 1.18% pour I_{zz} (voir Tableau-A IX-1, Tableau-A IX-2 et Tableau-A IX-3).

Au fur et à mesure que la quantité du carburant diminue, les valeurs des moments d'inerties données par DATCOM se rapprochent des valeurs données par le simulateur (voir Figure 6.5). Le taux d'erreur moyenne pour les calculs DATCOM versus simulateur pour les trois moments d'inerties est de -28% pour I_{xx} , 5,91% pour I_{yy} et seulement 1,45% pour I_{zz} .

Ce léger décalage est dû à plusieurs paramètres; parmi lesquels on cite:

- Manque des données (informations) et par la suite manque des précisions;
- Adoption des deux hypothèses déjà mentionnés plus haut;
- Cumul des incertitudes résultantes des étapes d'estimations précédentes (l'estimation de masse et l'estimation de centre de gravité).

Malgré ces différences, les moments d'inerties résultant restent fiables.

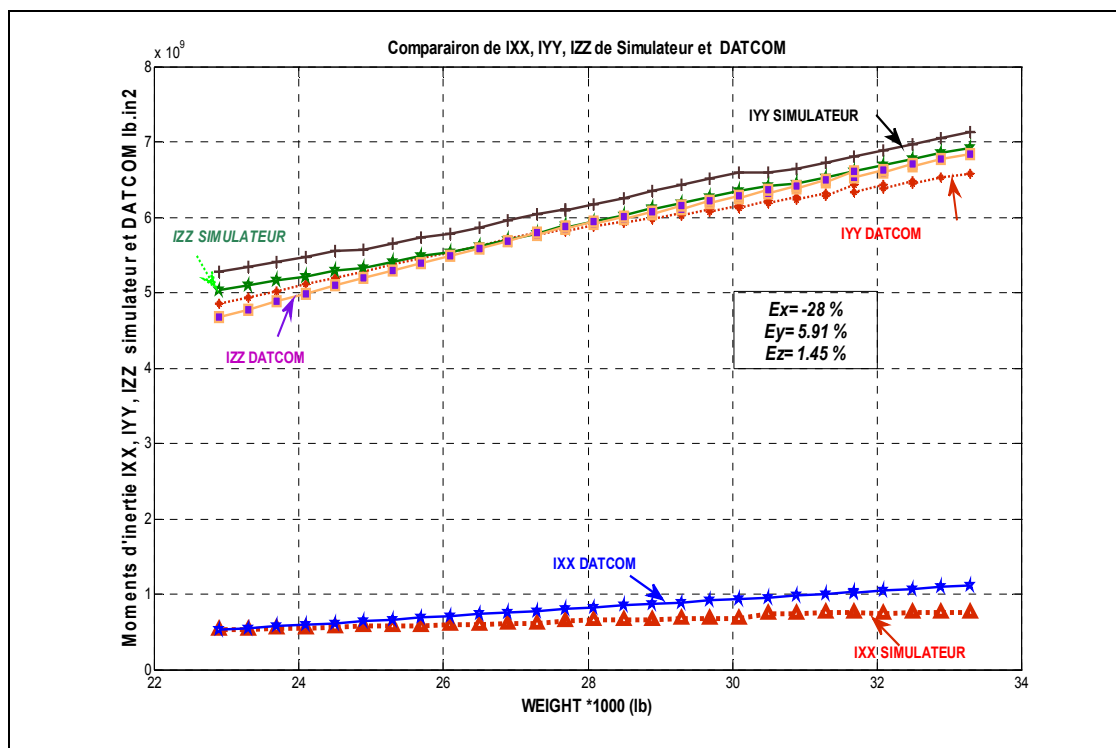


Figure 6.5 - Courbes représentatives des variations des moments d'inertie du Cessna Citation X par la méthode de DATCOM et en utilisant le simulateur

CONCLUSION

La conclusion générale est le dernier chapitre de notre mémoire. Elle constitue une occasion pour revenir sur les principales étapes de recherche qui nous avons présentées, d'en discuter quelques perspectives et quelques points importants ainsi que de décrire le développement en cours.

L'objectif global de ce projet de mémoire a été de trouver des méthodes et des procédures, en se basant uniquement sur la géométrie de l'avion, pour l'estimation :

1. Des masses de l'aéronef Cessna Citation X;
2. De ses centres de gravité;
3. De ses moments d'inertie (moment d'inertie de roulis, de tangage et de lacet).

En premier lieu, nous nous sommes donc intéressés à l'estimation des masses des sections majeures constituant l'aéronef en utilisant les méthodes de Raymer tout en débutant par l'estimation des masses de leurs composants. Les résultats obtenus par l'estimation de la masse de l'avion Cessna Citation X ont été validés par ses données réelles de performance. Les résultats obtenus sont très bons vu que leur taux d'erreur, qui est de $\pm 6.75\%$, se trouve dans la marge de $\pm 10\%$ prévue par Raymer.

Par la suite, nous avons abordé l'estimation des positions des centres de gravité des sections majeures ainsi que du centre de gravité de l'avion. Cette estimation a été réalisée par le biais des méthodes mathématiques de la mécanique des ingénieurs. Une étude de la variation de la position du centre de gravité global en fonction de la variation de la masse totale de l'avion, elle-même due à la consommation de fuel, a été effectuée. Des excellents résultats sont obtenus. Puisque la majorité des positions des centres de gravité sont à l'intérieur de l'enveloppe réelle de vol de l'avion donnée par le simulateur de vols; sauf pour quelques points qui sont à l'extérieur de cette enveloppe. Cette différence provient des hypothèses établies au départ dans ce projet. En effet, on a supposé que les surfaces de l'avion sont planes et que les distributions des masses sont homogènes, sans oublier toutes les erreurs de mesure, les incertitudes de calcul et de la variété des informations requises qui diffère selon les sources consultées.

Pour les différentes masses et centres de gravité de l'aéronef Cessna Citation X, les moments d'inertie correspondants sont déterminés par le biais des procédures de DATCOM.

Ensuite, ces résultats exprimés en termes des moments d'inertie ont été validés par les moments d'inertie donnés par le simulateur de vol. Dans l'état initial (où les réservoirs sont pleins : au décollage), un décalage considérable, entre les moments d'inertie donnés par le simulateur de vol et ceux donnés par DATCOM, a été remarqué; mais ce décalage diffère selon les types des moments d'inertie (I_{xx} , I_{yy} ou I_{zz}) et diminue progressivement avec la consommation de fuel : Au fur et à mesure que la quantité du carburant diminue, les valeurs des moments d'inertie données par DATCOM se rapprochent des valeurs données par le simulateur de vol. Ce décalage est dû à plusieurs facteurs. Citons, par exemple, le manque des données ou des informations induisant des imprécisions, les hypothèses déjà mentionnés plus haut et l'accumulation des incertitudes résultants des étapes précédentes d'estimation de la masse et de position du centre de gravité. Malgré ces différences, les moments d'inertie résultants restent fiables vu que leur marge d'erreurs est en moyenne 11,8%.

Finalement, nous avons proposé un modèle d'estimation des masses, des centres de gravité et des moments d'inertie d'un aéronef du groupe de l'Aviation Générale. Ce modèle résume et récapitule toutes les étapes à suivre, les paramètres à déterminer ainsi que les équations à utiliser.

Il est possible d'utiliser ce modèle au laboratoire LARCASE, disposant du simulateur de vol du niveau D pour l'avion d'affaire Cessna Citation X, pour d'autres avions commerciaux tel que le Hawker 800 XP, ainsi que pour le S-4 de Hydra Technologies.

La détermination mathématique (théorique) du taux d'incertitude est très importante afin de le comparer avec le taux d'erreur obtenu entre les résultats de modèle d'estimation et ceux de simulateur de vol.

ANNEXE I

LES COORDONNÉES DES POINTS D'EXTRÉMITÉS DES POLYGONES FORMANT LES SECTIONS MAJEURES

Tableau-A I-1 Les coupes longitudinale et latérale d'empennage vertical

Coupe longitudinale : STABILISATEUR-VERTICAL											
Polygone A			Polygone B			Polygone C			Polygone D		
FS	WL	N°pts	FS	WL	N°pts	FS	WL	N°pts	FS	WL	N°pts
-624,278	-185,963	11	-796,701	-227,3	13	-783,736	-270,626	17	-861,975	-250,712	18
-585,085	-157,06	9	-723,767	-146,799	12	-783,654	-226,607	14	-861,951	-237,644	19
-538,395	-157,729	10	-585,085	-157,06	9	-681,346	-227,254	15	-783,654	-226,607	14
			-681,346	-227,254	15	-739,789	-269,921	16	-783,736	-270,626	17
Coupe latérale : STABILISATEUR-VERTICAL											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS
-489,206	4,2405	c	-527,356	-6,18755	e	-607,195	6,82692	g	-622,81	6,8244	h
-489,188	-4,44441	b	-526,512	5,10297	d	-607,164	-7,93743	f	-622,778	-8,80844	i
-469,242	0	a	-489,206	4,2405	c	-527,356	-6,18755	e	-607,164	-7,93743	f
			-489,188	-4,44441	b	-526,512	5,10297	d	-607,195	6,82692	g
Polygone 5			Polygone 6								
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS						
-805,827	-7,96952	j	-862,232	0	M						
-804,99	6,79497	k	-805,827	-7,96952	j						
-622,81	6,8244	h	-804,99	6,79497	k						
-622,778	-8,80844	i									

Tableau-A I-2 Les coupes longitudinale et latérale d'empennage horizontal

<u>Coupe longitudinale : STABILIZATEUR-HORIZONTAL</u>											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-721,888	-243,747	b	-730,818	-245,466	e	-742,492	-246,146	f	-781,629	-245,479	i
-721,879	-239,005	c	-730,806	-239,376	d	-742,478	-238,702	g	-781,616	-238,712	h
-718,45	-241,043	a	-722,568	-240,051	c	-730,806	-239,376	d	-742,478	-238,702	g
			-722,575	-244,111	b	-730,818	-245,466	e	-742,492	-246,146	f

Polygone 5			Polygone 6			Polygone 7		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-833,812	-244,814	j	-866,083	-244,146	m	-892,172	-242,122	n
-833,803	-240,078	k	-866,077	-240,762	l	-866,083	-244,146	m
-781,616	-238,712	h	-833,803	-240,078	k	-866,077	-240,762	l
-781,629	-245,479	i	-833,812	-244,814	j			

<u>Coupe latérale : STABILIZATEUR-HORIZONTAL</u>		
Polygone 1		
FS	BL	N°pts
-889,438	155,29	I
-859,942	155,29	K
-717,471	0	G
-801,621	0	H

Tableau-A I-3 Les coupes longitudinale et latérale de la section nacelle-moteur

Coupe longitudinale : NACELLE-MOTEUR											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-464,277	-178,412	d	-492,432	-179,772	e	-522,642	-179,103	h	-578,94	-175,733	i
-464,187	-130,369	c	-491,642	-124,285	f	-521,851	-122,939	g	-578,156	-122,953	j
-454,586	-136,456	b	-464,187	-130,369	c	-491,642	-124,285	f	-521,851	-122,939	g
-456,03	-174,35	a	-464,277	-178,412	d	-492,432	-179,772	e	-522,642	-179,103	h
Polygone 5			Polygone 6								
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS						
-640,027	-162,891	l	-688,721	-131,776	n						
-639,284	-132,441	k	-639,284	-132,441	k						
-578,156	-122,953	j	-636,556	-142,59	m						
-578,94	-175,733	i									
Coupe latérale : NACELLE-MOTEUR											
Polygone I			Polygone II			Polygone III			Polygone IV		
FS	BL	N°pts	FS	BL	N°pts	FS	BL	N°pts	FS	BL	PTS
-483,417	41,0774	3	-598,883	40,271	6	-638,799	48,9962	7	-465,535	19,2881	A
-483,309	89,8149	4	-598,775	89,0085	5	-638,735	77,7165	8	-465,532	41,9191	B
-454,667	86,3178	1	-483,309	89,8149	4	-598,775	89,0085	5	-488,989	40,1406	C
-454,757	46,2834	2	-483,417	41,0774	3	-598,883	40,271	6	-489,861	18,3786	D
Polygone V			Polygone VI			Polygone VII					
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS			
-602,802	17,3269	E	-638,421	17,2698	H	-688,811	9,35506	K			
-601,93	39,9594	F	-638,417	46,8643	G	-651,449	45,9729	M			
-488,989	40,1406	C	-601,93	39,9594	F	-638,417	46,8643	G			
-489,861	18,3786	D	-602,802	17,3269	E	-638,421	17,2698	H			

Tableau-A I-4 Les coupes longitudinale et latérale de l'aile

Coupe longitudinale : AILE											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-289,714	-94,463	B	-301,393	-97,8492	E	-317,153	-80,2597	G	-342,595	-99,8891	I
-289,702	-87,6964	C	-300,68	-83,639	D	-316,502	-99,2062	F	-342,55	-75,5292	H
-286,273	-90,4022	A	-289,703	-88,373	C	-301,393	-97,8492	E	-317,153	-80,2597	G
			-289,027	-94,4628	B	-300,68	-83,639	D	-316,502	-99,2062	F
Polygone 5			Polygone 6			Polygone 7			Polygone 8		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-380,366	-102,605	J	-411,266	-103,289	M	-440,794	-104,65	N	-468,261	-105,333	Q
-379,624	-72,8315	K	-410,522	-72,839	L	-440,742	-76,9063	O	-467,523	-78,2661	P
-342,55	-75,5292	H	-379,624	-72,8315	K	-410,522	-72,839	L	-440,742	-76,9063	O
-342,595	-99,8891	I	-380,366	-102,605	J	-411,266	-103,289	M	-440,794	-104,65	N
Polygone 9			Polygone 10			Polygone 11			Polygone 12		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-487,488	-106,014	R	-521,137	-108,052	U	-550,664	-108,736	X	-580,877	-109,42	W
-487,466	-94,5109	S	-521,123	-100,609	T	-550,653	-103,323	Y	-580,869	-105,36	Z
-467,523	-78,2661	P	-487,466	-94,5109	S	-521,123	-100,609	T	-550,653	-103,323	Y
-468,261	-105,333	Q	-487,488	-106,014	R	-521,137	-108,052	U	-550,664	-108,736	X
Polygone 13			Coupe latérale : AILE								
FS	WL	PTS	Polygone 2			Polygone 1					
			FS	BL	N°pts	FS	BL	N°pts			
-624,134	-108,754	&	-487,57	125.5	C	-623,297	382,3	E			
-580,877	-109,42	W	-460,936	0	D	-588,571	382,3	F			
-580,869	-105,36	Z	-267,337	0	A	-372,105	125,5	B			
			-372,105	125.5	B	-487,57	125,5	C			

Tableau-A I-5 La coupe longitudinale du fuselage

Coupe longitudinale : FUSELAGE											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-39,8177	-116,056	d	-61,1174	-123,504	e	-90,6618	-133,661	h	-101,658	-139,077	i
-38,4041	-94,4021	c	-61,0582	-91,701	f	-90,5824	-91,0315	g	-101,57	-91,7108	j
-22,6228	-100,488	b	-39,0908	-94,4023	c	-61,0582	-91,701	f	-90,5824	-91,0315	g
-23,3207	-106,578	a	-39,8177	-116,056	d	-61,1174	-123,504	e	-90,6618	-133,661	h
Polygone 5			Polygone 6			Polygone 7			Polygone 8		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-125,029	-152,616	l	-136,709	-156,679	m	-151,135	-160,066	p	-174,485	-162,102	q
-124,913	-90,3631	k	-136,586	-90,3659	n	-150,316	-89,0159	o	-173,654	-84,9616	r
-101,57	-91,7108	j	-124,913	-90,3631	k	-136,586	-90,3659	n	-150,316	-89,0159	o
-101,658	-139,077	i	-125,029	-152,616	l	-136,709	-156,679	m	-151,135	-160,066	p
Polygone 9			Polygone 10			Polygone 11			Polygone 12		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-262,894	-72,1266	s	-321,427	-162,814	u	-342,711	-162,142	z	-419,616	-162,838	1
-261,688	-162,123	t	-321,25	-68,0807	x	-342,526	-62,6725	y	-418,752	-67,4277	2
-174,485	-162,102	q	-262,894	-72,1266	s	-321,25	-68,0807	x	-342,526	-62,6725	y
-173,654	-84,9616	r	-261,688	-162,123	t	-321,427	-162,814	u	-342,711	-162,142	z
Polygone 13			Polygone 14			Polygone 15			Polygone 16		
FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS	FS	WL	PTS
-469,738	-161,496	4	-589,772	-92,5057	6	-693,56	-149,371	8	-727,178	-134,492	10
-468,888	-73,5298	3	-589,202	-155,435	5	-692,821	-120,951	7	-726,51	-144,642	9
-418,752	-67,4277	2	-469,738	-161,496	4	-589,772	-92,5057	6	-693,56	-149,371	8
-419,616	-162,838	1	-468,888	-73,5298	3	-589,202	-155,435	5	-692,821	-120,951	7

Tableau-A I-6 La coupe latérale du fuselage

Coupe latérale : FUSELAGE											
Polygone 1			Polygone 2			Polygone 3			Polygone 4		
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS
-52,0047	-18,1926	C	-90,232	-27,6761	F	-136,91	-34,7847	G	-420,741	37,2542	I
-52	16,47	D	-90,2246	26,9175	E	-136,188	34,6947	H	-420,589	-35,699	J
-22,4636	2,56729	A	-52	16,47	D	-91,0621	27,7541	E	-136,043	-34,7846	G
-22,4646	-4,36523	B	-52.0047	-18,1926	C	-90,9481	-26,9609	F	-136,188	34,6947	H
Polygone 5			Polygone 6			Polygone 7			Polygone 8		
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS
-446,757	32,9076	L	-465,843	32,9045	M	-490,103	18,1362	P	-638,447	17,2438	Q
-446,622	-32,2293	K	-465,709	-31,3638	N	-489,161	-17,4718	O	-638,373	-18,3644	R
-420,589	-35,699	J	-446,622	-32,2293	K	-465,734	-19,205	n	-489,159	-18,3403	O
-420,741	37,2542	I	-446,757	32,9076	L	-466,683	19,877	m	-489,233	17,2679	P
Polygone 9			Polygone 10			Polygone 11					
FS	BL	PTS	FS	BL	PTS	FS	BL	PTS			
-656,662	15,5038	T	-688,747	9,41922	U	-736,441	0	W			
-656,595	-16,6303	S	-688,704	-11,4246	X	-688,747	9,41922	U			
-638,373	-18,3644	R	-656,595	-16,6303	S	-688,704	-11,4246	X			
-638,447	17,2438	Q	-656,662	15,5038	T						

ANNEXE II

CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DE L'AILE ET LE FACTEUR K

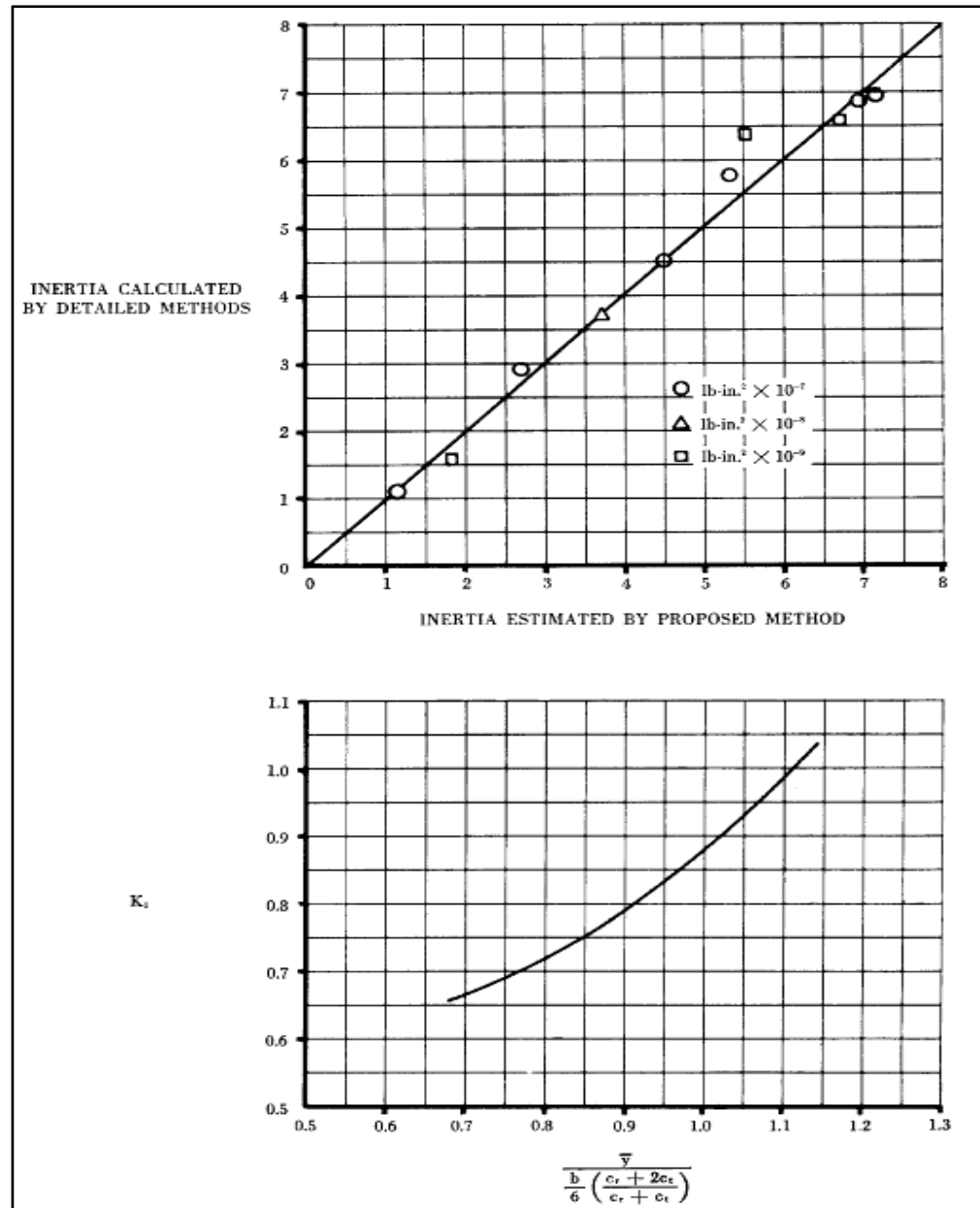


Figure-A II-1 Corrélation du moment d'inertie de roulis de l'aile et le facteur K tiré de (Finck, R. D., 1978)

ANNEXE III

CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE TANGAGE DU FUSELAGE ET LE FACTEUR K

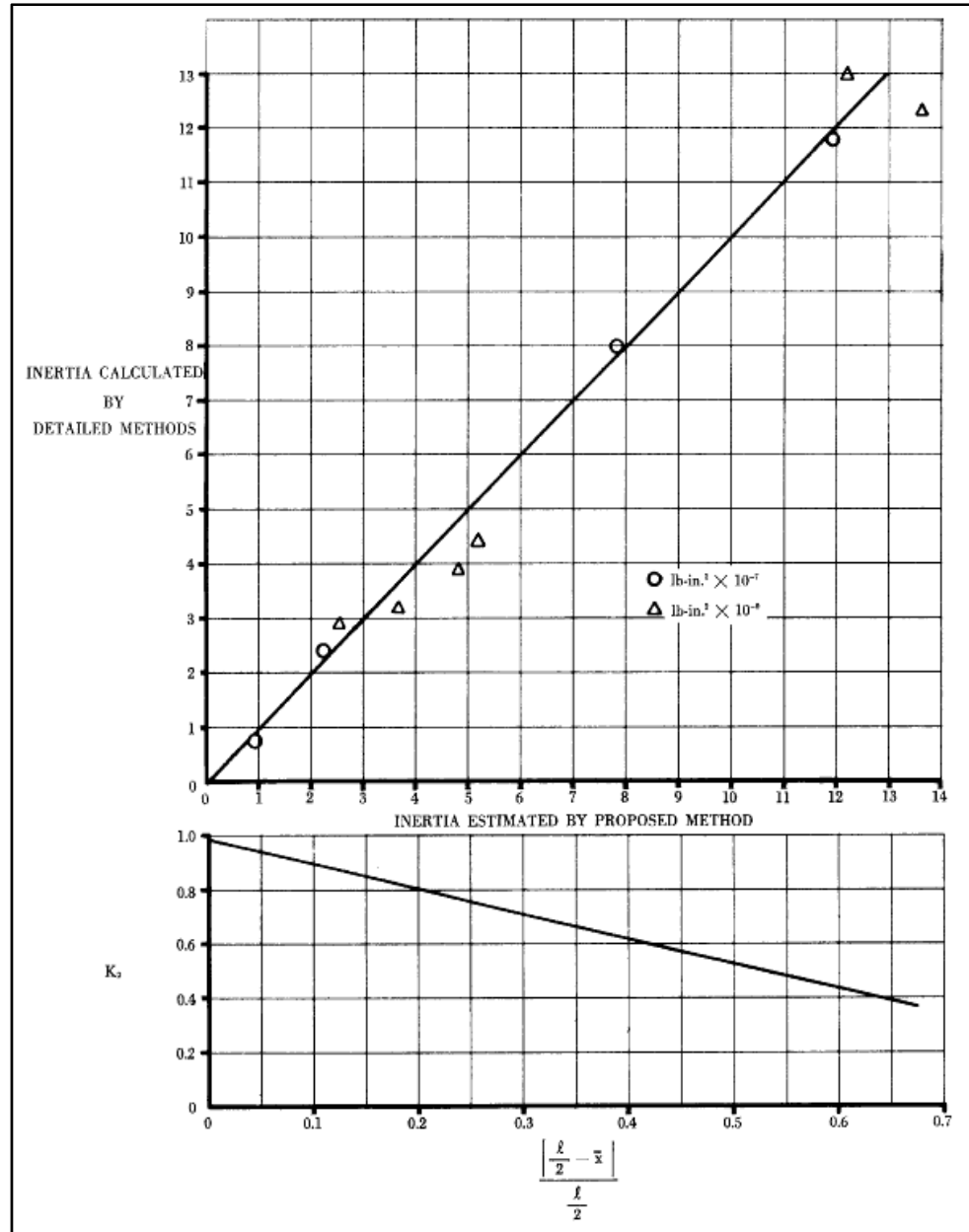


Figure-A III-1 Corrélation du moment d'inertie de tangage du fuselage et le facteur K tiré de (Finck, R. D., 1978)

ANNEXE IV

CORRÉLATION DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU FUSELAGE ET LE FACTEUR K

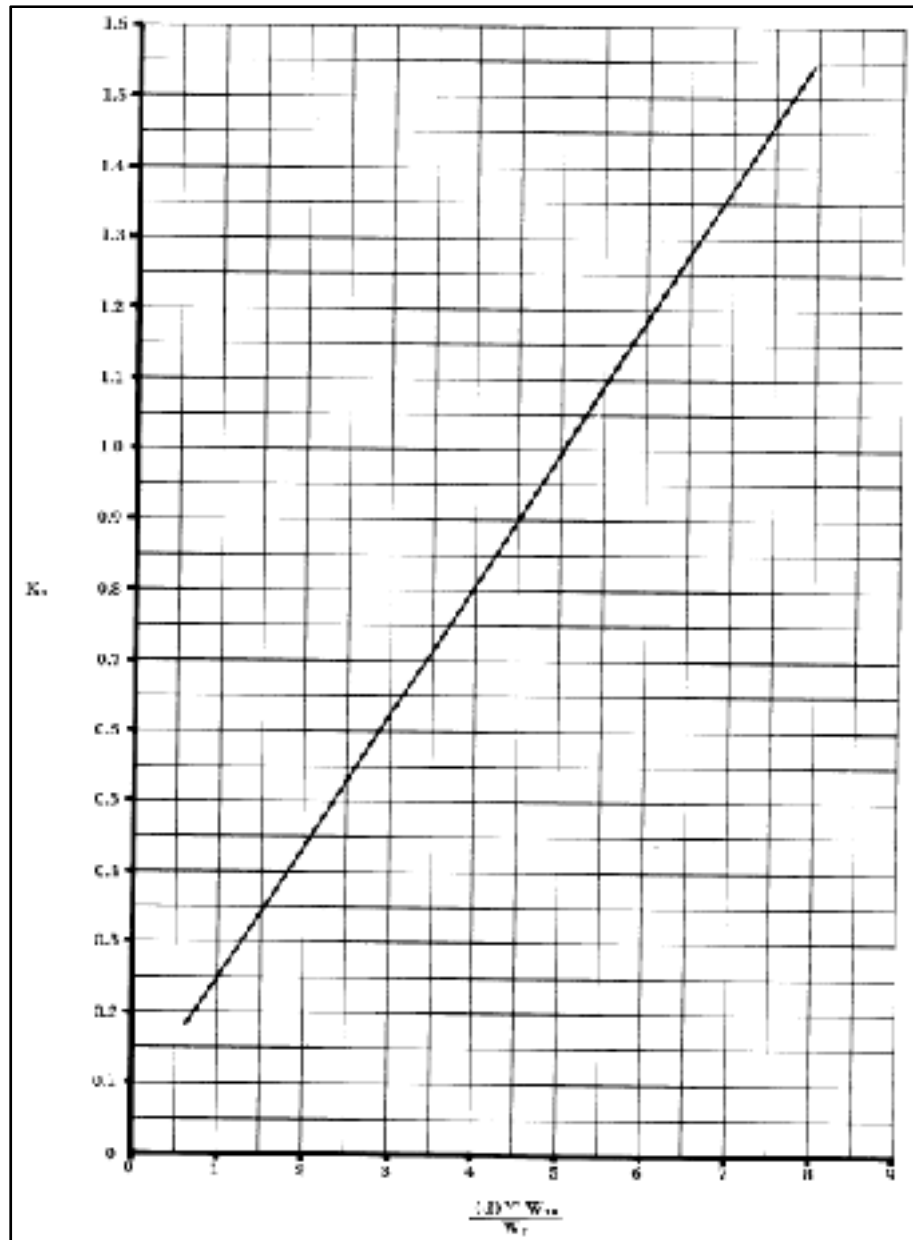


Figure-A IV-1 Corrélation du moment d'inertie de roulis du fuselage et le facteur k tiré de (Finck, R. D., 1978)

ANNEXE V

LE FACTEUR K DU MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU STABILISATEUR HORIZONTAL

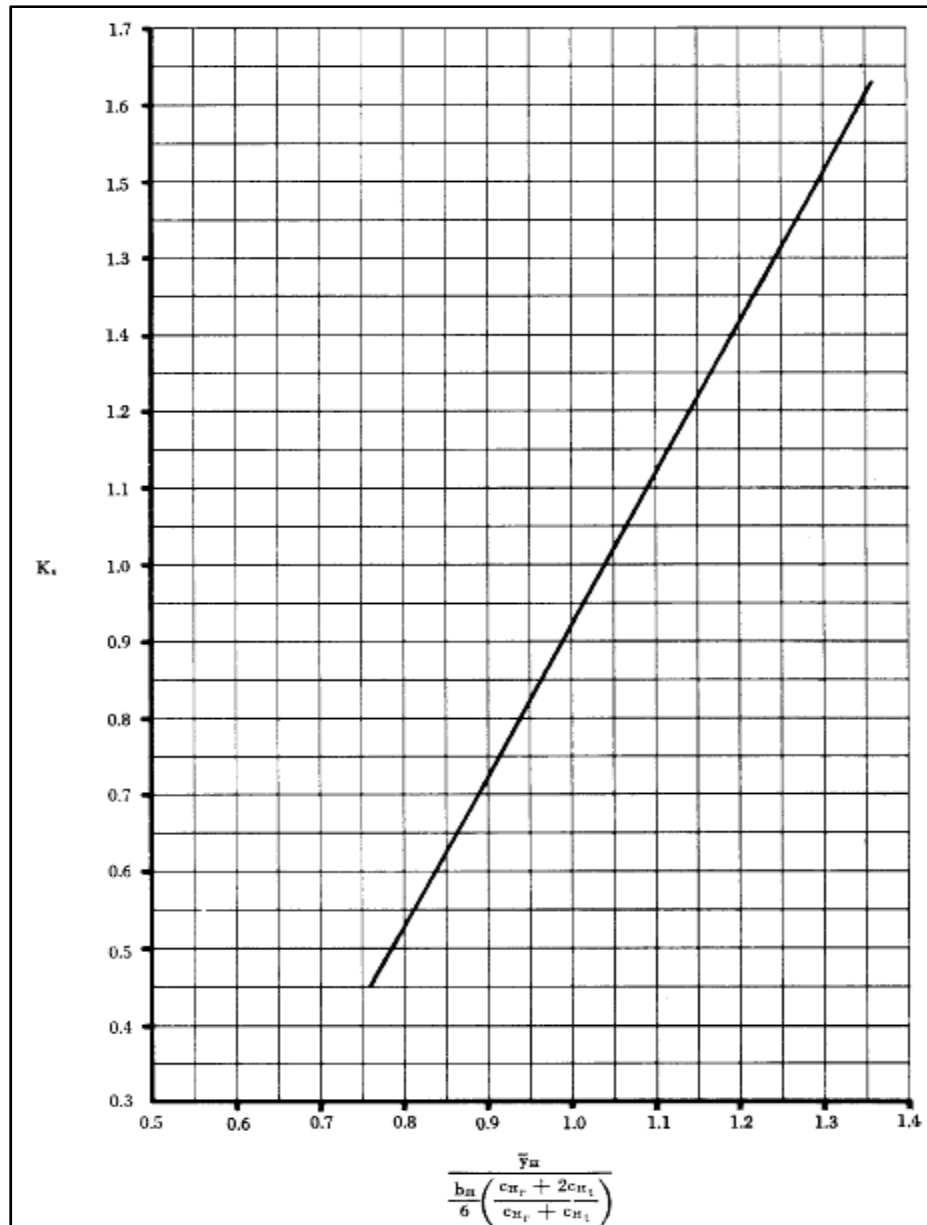


Figure-A V-1 Le facteur K du moment d'inertie de roulis d'empennage horizontal tiré de (Finck, R. D., 1978)

ANNEXE VI

LE FACTEUR K DE MOMENT D'INERTIE DE ROULIS DU STABILISATEUR VERTICAL

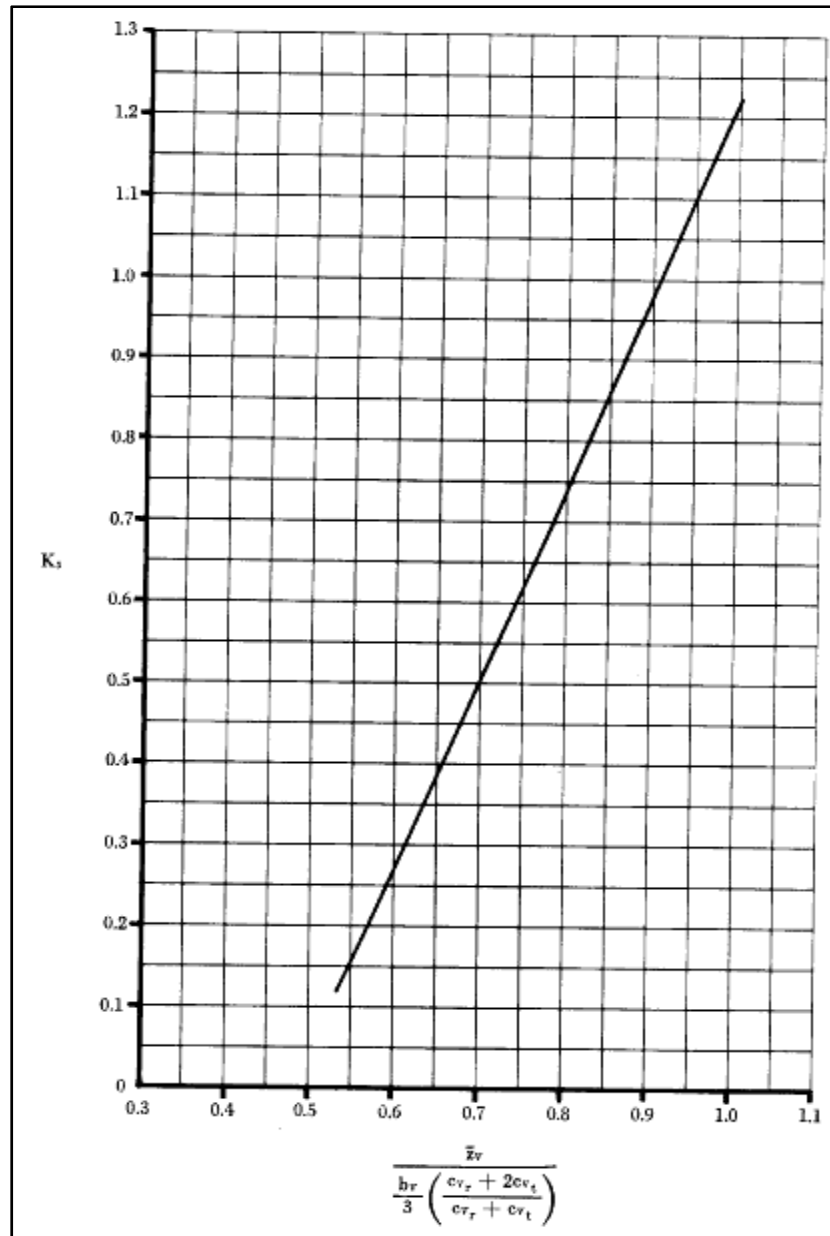


Figure-A VI-1 Le facteur K du moment d'inertie de roulis
D'empennage vertical tiré de (Finck, R. D., 1978)

ANNEXE VII

LES VARIATIONS DES POSITIONS DU CENTRE DE GRAVITÉ DE L'AVION CESSNA CITATION X EN FONCTION DE LA VARIATION DE MASSE DUE À LA CONSOMMATION DU CARBURANT

Tableau-A VII-1 Les variations des positions du centre de gravité
vs la variation de masse

N°	Weight (lb)*1000	CG (%MAC)	X (in) * (-1)	Y (in)	Z (in) * (-1)	N°	Weight (lb)*1000	CG (%MAC)	X (in) * (-1)	Y (in)	Z (in) * (-1)
1	33.29	21	412,454	-0,024	111,036	22	28.89	29.7	422,969	0	115,549
2	32.89	22,4	414,086	-0,025	111,333	23	28.49	29.4	422,589	0	115,82
3	32.49	22	413,644	-0,025	111,519	24	28.49	30.3	423,604	0	116,067
4	32.49	23,8	415,758	-0,025	111,637	25	28.09	30	423,228	0	116,349
5	32.09	23,4	415,331	-0,025	111,829	26	28.09	30.8	424,258	0	116,599
6	32.09	25,2	417,471	-0,025	111,949	27	27.69	30.5	423,886	0	116,893
7	31.69	24,9	417,061	-0,026	112,147	28	27.69	31.4	424,93	0	117,147
8	31.69	26,4	418,969	0	112,292	29	27.29	31.1	424,563	0	117,453
9	31.29	26,1	418,572	0	112,497	30	27.29	31.9	425,574	0	117,7
10	31.29	26,9	419,497	0	112,721	31	26.89	31.6	425,211	0	118,019
11	30.89	26,5	419,102	0	112,935	32	26.49	31.3	424,837	0	118,348
12	30.89	27,3	420,038	0	113,162	33	26.09	31	424,451	0	118,687
13	30.49	27	419,645	0	113,384	34	25.69	30.6	424,053	0	119,037
14	30.49	27,8	420,593	0	113,615	35	25.29	30.3	423,643	0	119,397
15	30.09	27,5	420,202	0	113,846	36	24.89	29.9	423,219	0	119,77
16	30.09	28,2	421,163	0	114,079	37	24.49	29.6	422,782	0	120,154
17	29.69	27,9	420,775	0	114,319	38	24.09	29.2	422,33	0	120,551
18	29.69	28,7	421,749	0	114,556	39	23.69	28.8	421,863	0	120,962
19	29.29	28,4	421,363	0	114,806	40	23.29	28.4	421,38	0	121,387
20	29.29	29,2	422,35	0	115,046	41	22.89	28	420,879	0	121,826
21	28.89	28,9	421,968	0	115,306						

ANNEXE VIII

VALIDATION PAR LE SIMULATEUR DES DIFFERENTES POSITIONS Y ET Z DU CENTRE DE GRAVITÉ DE L'AVION CESSNA CITATION X

Tableau-A VIII-1 Validation des différentes positions Y et Z du centre
de gravité de l'avion par le simulateur de vol

N°	Zcg Simul (in)	Zcg Théo (in)	Zcg Simul- Zcg Théo (in)	Ez (%)	Ycg Simul (in)	Ycg Théo (in)	Ycg Simul-Ycg Théo (in)
1	115	111	4	3,45	0	0,02	-0,02
2	115	111	4	3,19	0	0,03	-0,03
3	115	112	3	3,03	0	0,03	-0,03
4	115	112	3	2,92	0	0,03	-0,03
5	115	112	3	2,76	0	0,03	-0,03
6	115	112	3	2,65	0	0,03	-0,03
7	117	112	5	4,15	0	0,03	-0,03
8	117	112	5	4,02	0	0	0
9	118	112	6	4,66	0	0	0
10	118	113	5	4,47	0	0	0
11	118	113	5	4,29	0	0	0
12	118	113	5	4,10	0	0	0
13	118	113	5	3,91	0	0	0
14	118	114	4	3,72	0	0	0
15	118	114	4	3,52	0	0	0
16	118	114	4	3,32	0	0	0
17	118	114	4	3,12	0	0	0
18	118	115	3	2,92	0	0	0
19	119	115	4	3,52	0	0	0
20	119	115	4	3,32	0	0	0
21	119	115	4	3,10	0	0	0

Tableau-A VIII-2 Validation des différentes positions Y et Z du centre de gravité de l'avion par le simulateur de vol (suite)

N°	Zcg Simul (in)	Zcg Théo (in)	Zcg Simul- Zcg Théo (in)	Ez (%)	Ycg Simul (in)	Ycg Théo (in)	Ycg Simul-Ycg Théo (in)
22	119	116	3,451	2,90	0	0	0
23	119	116	3,18	2,67	0	0	0
24	119	116	2,933	2,46	0	0	0
25	119	116	2,651	2,23	0	0	0
26	119	117	2,401	2,02	0	0	0
27	120	117	3,107	2,59	0	0	0
28	120	117	2,853	2,38	0	0	0
29	120	117	2,547	2,12	0	0	0
30	120	118	2,3	1,92	0	0	0
31	120	118	1,981	1,65	0	0	0
32	121	118	2,652	2,19	0	0	0
33	121	119	2,313	1,91	0	0	0
34	122	119	2,963	2,43	0	0	0
35	122	119	2,603	2,13	0	0	0
36	123	120	3,23	2,63	0	0	0
37	123	120	2,846	2,31	0	0	0
38	123	121	2,449	1,99	0	0	0
39	123	121	2,038	1,66	0	0	0
40	123	121	1,613	1,31	0	0	0
41	123,9	122	2,074	1,67	0	0	0

ANNEXE IX

MOMENTS D'INERTIES CALCULÉS PAR DATCOM ET LEURS VALIDATIONS AVEC LE SIMULATEUR DU LARCASE

Tableau-A IX-1 Calcul des moments d'inerties par DATCOM et leurs validations
avec le simulateur du LARCASE

	1	2	3	4	5	6	7
Weight (lb)*1000	33.29	32.89	32.49	32.49	32.09	32.09	31.69
X CG (in)*(-1)	412,454	414,086	413,644	415,758	415,331	417,471	417,061
Z CG (- WL)	115,1	115,1	115,1	115,1	115,1	115,1	117
Ixx Simul (lb.in2)	763394728	758327177	751536127	751536127	745208383	745208383	752855612
Iyy Simul (lb.in2)	7132382752	7055046714	6968259300	6967710996	6881316733	6881474415	6806337336
Izz Simul (lb.in2)	6925015730	6853025227	6772357069	6771808764	6691529125	6691686807	6608694011
Ixx1 DAT (lb.in2)	1.11E+09	1.09E+09	1.07E+09	1.07E+09	1.05E+09	1.05E+09	1.02E+09
Iyy 1DAT (lb.in2)	6.58E+09	6.53E+09	6.45E+09	6.48E+09	6.39E+09	6.43E+09	6.34E+09
Izz1 DAT (lb.in2)	6.84E+09	6.77E+09	6.67E+09	6.70E+09	6.60E+09	6.63E+09	6.53E+09
dx1 (%)	-45,82	-43,87	-42,07	-42,22	-40,30	-40,44	-35,91
dy1 (%)	7,68	7,42	7,49	7,01	7,08	6,62	6,84
dz1 (%)	1,18	1,16	1,47	1,00	1,32	0,86	1,14
	8	9	10	11	12	13	14
Weight (lb)*1000	31.69	31.29	31.29	30.89	30.89	30.49	30.49
X CG (in)*(-1)	418,969	418,572	419,497	419,102	420,038	419,645	420,593
Z CG (WL)	117	117,5	117,5	117,6	117,6	117,8	117,8
Ixx Simul (lb.in2)	752855612	750015592	750015592	744190776	744190776	739334519	739334519
Iyy Simul (lb.in2)	6809769245	6724476480	6723862642	6638739581	6638418641	6595269611	6595260509
Izz Simul (lb.in2)	6612125920	6529460054	6528846216	6449334850	6449013910	6410063243	6410049507
Ixx1 DAT (lb.in2)	1.03E+09	1.00E+09	1.00E+09	9.79E+08	9.80E+08	9.57E+08	9.58E+08
Iyy1 DAT (lb.in2)	6.43E+09	6.29E+09	6.32E+09	6.24E+09	6.27E+09	6.18E+09	6.22E+09
Izz1 DAT (lb.in2)	6.61E+09	6.46E+09	6.49E+09	6.39E+09	6.42E+09	6.32E+09	6.36E+09
dx1 (%)	-36,40	-33,46	-33,61	-31,53	-31,68	-29,39	-29,54
dy1 (%)	5,64	6,49	6,00	6,08	5,58	6,26	5,77
dz1 (%)	-0,03	1,01	0,52	0,86	0,37	1,35	0,86

Tableau-A IX-2 Calcul des moments d'inerties par DATCOM et leurs validations
avec le simulateur du LARCASE (suite)

	15	16	17	18	19	20	21
Weight (lb)*1000	30.09	30.09	29.69	29.69	29.29	29.29	28.89
X CG (in)*(-1)	420,202	421,163	420,775	421,749	421,363	422,35	421,968
Z CG (- WL)	118	118	118,3	118,3	118,5	118,5	118,8
Ixx Simul (lb.in2)	675820868	675820868	672119706	672119706	666875751	666875751	662282357
Iyy Simul (lb.in2)	6588697306	6592020325	6516406919	6517054433	6427812144	6430627066	6343992600
Izz Simul (lb.in2)	6344436926	6347755311	6275657745	6276305258	6193951662	6194908726	6112663799
Ixx1 DAT (lb.in2)	9.34E+08	9.36E+08	9.12E+08	9.13E+08	8.90E+08	8.91E+08	8.68E+08
Iyy1 DAT (lb.in2)	6.13E+09	6.16E+09	6.08E+09	6.11E+09	6.02E+09	6.06E+09	5.97E+09
Izz1 DAT (lb.in2)	6.25E+09	6.29E+09	6.18E+09	6.22E+09	6.11E+09	6.15E+09	6.04E+09
dx1 (%)	-38.26	-38.43	-35.72	-35.89	-33.46	-33.62	-31.03
dy1 (%)	6,96	6,52	6,74	6,26	6,28	5,82	5,87
dz1 (%)	1,43	0,98	1,46	0,97	1,28	0,79	1,11
	22	23	24	25	26	27	28
Weight (lb)*1000	28.89	28.49	28.49	28.08	28.08	27.69	27.69
X CG (in)*(-1)	422,969	422,589	423,604	423,228	424,258	423,886	424,93
Z CG (-WL)	118,8	119	119	119,3	119,3	119,7	119,7
Ixx Simul (lb.in2)	662282357	656958793	656958793	652103884	652103884	648190369	648190369
Iyy Simul (lb.in2)	6345285094	6257967515	6256719045	6167967387	6169911070	6086252318	6110790196
Izz Simul (lb.in2)	6113951660	6031749157	6030500687	5946390818	5948334500	5868380775	5892918653
Ixx1 DAT (lb.in2)	8.69E+08	8.46E+08	8.47E+08	8.23E+08	8.24E+08	8.01E+08	8.02E+08
Iyy1 DAT (lb.in2)	6.00E+09	5.92E+09	5.95E+09	5.87E+09	5.90E+09	5.81E+09	5.85E+09
Izz1 DAT (lb.in2)	6.08E+09	5.97E+09	6.01E+09	5.91E+09	5.94E+09	5.84E+09	5.87E+09
dx1 (%)	-31,20	-28,71	-28,88	-26,27	-26,43	-23,60	-23,77
dy1 (%)	5,38	5,42	4,89	4,90	4,40	4,49	4,34
dz1 (%)	0,62	0,94	0,40	0,69	0,20	0,56	0,45

Tableau-A IX-3 Calcul des moments d'inerties par DATCOM et leurs validations
avec le simulateur du LARCASE (suite)

	29	30	31	32	33	34	35
Weight (lb)*1000	27.29	27.29	26.89	26.49	26.09	25.69	25.29
X CG (in)*(-1)	424,563	425,574	425,211	424,837	424,451	424,053	423,643
Z CG (-WL)	120	120	120,4	120,8	121,2	121,7	122,2
Ixx Simul (lb.in2)	608584820	608584820	604372757	600092242	595747525	579440092	575557413
Iyy Simul (lb.in2)	6038365538	6039823200	5954036587	5867942431	5781529742	5737225999	5650772040
Izz Simul (lb.in2)	5783640117	5785097779	5703314742	5621292612	5539011519	5482174396	5399385364
Ixx1 DAT (lb.in2)	7.79E+08	7.80E+08	7.57E+08	7.33E+08	7.10E+08	6.87E+08	6.63E+08
Iyy1 DAT (lb.in2)	5.76E+09	5.79E+09	5.71E+09	5.62E+09	5.54E+09	5.45E+09	5.37E+09
Izz1 DAT (lb.in2)	5.77E+09	5.80E+09	5.69E+09	5.59E+09	5.49E+09	5.39E+09	5.29E+09
dx1 (%)	-28.00	-28.16	-25.20	-22.21	-19.19	-18.52	-15.27
dy1 (%)	4,61	4,12	4,17	4,21	4,25	5,00	5,05
dz1 (%)	0,31	-0,18	0,16	0,50	0,85	1,66	2,03
	36	37	38	39	40	41	
Weight (lb)*1000	24.89	24.49	24.09	23.69	23.29	22.89	
X CG (in)*(-1)	423,219	422,782	422,33	421,863	421,38	420,879	
Z CG (- WL)	122,8	123	123.1	123,2	123,4	123,9	
Ixx Simul (lb.in2)	572205301	555312799	548806982	540025649	532341711	527964467	
Iyy Simul (lb.in2)	5567082510	5553770303	5466332830	5407301531	5348883385	5272736778	
Izz Simul (lb.in2)	5318844090	5295446063	5214305920	5158060771	5102735199	5030488630	
Ixx1 DAT (lb.in2)	6.40E+08	6.17E+08	5.94E+08	5.70E+08	5.47E+08	5.24E+08	
Iyy1 DAT (lb.in2)	5.28E+09	5.19E+09	5.11E+09	5.02E+09	4.94E+09	4.85E+09	
Izz1 DAT (lb.in2)	5.19E+09	5.09E+09	4.99E+09	4.89E+09	4.78E+09	4.68E+09	Emoy (%)
dx1 (%)	-11,87	-11,08	-8,15	-5,59	-2,74	0,83	-27,97
dy1 (%)	5,16	6,46	6,52	7,08	7,66	7,94	5,91
dz1 (%)	2,44	3,92	4,37	5,28	6,23	6,90	1,45

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Alexander A., Nick. 2004. *Moments of area. Introductory Engineering mechanics*.
- CAE. 2005. *CTS-PLUS User Guide*. st-Laurent, Quebec, CANADA: CAE inc.
- CAE Inc. 2005. *CAE SimfinityTM Trainers User Guide*. 5^e éd. Quebec, CANADA: CAE inc.
- CAE Inc. 2012. « Données geometriques de l'aéronef Cessna Citation X ».
- « Centre de masse d'une plaque homogène ». 2014. *Wikipédia*. <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Centre_de_masse_d%27une_plaque_homog%C3%A8ne&oldid=91114041>.
- « Cessna Citation X ». 2014a. *Wikipedia, the Free Encyclopedia*. <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Cessna_Citation_X&oldid=616763975>.
- « Cessna Citation X ». 2014b. *Wikipédia*. <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Cessna_Citation_X&oldid=103832377>.
- Cessna corporation. 2001. « CESSNA CESSNA CITATION X(SDCX) THREE VIEW AND GENERAL ARRANGEMENT MODEL 750 Revision M ».
- « Citation X+ — The performance frontrunner and fastest civil airplane ». 2014. *Cessna*. Consulté le juillet 22. <<http://www.cessna.com/citation/citation-x>>.
- Finck, R. D. 1978. *USAF Stability and Control Datcom*. Long Beach, California: Douglas Aircraft company inc.
- FlightSafety international. 2000a. *CITATION X PILOT TRAINING MANUEL VOLUME 1*. Vol. 1. NEW YORK: FlightSafety international.
- FlightSafety international. 2000b. *Citation X Maintenance Training Manual*. Vol. 2. United States of America.
- FlightSafety international. 2000c. *Citation X Maintenance Training Manual*. Vol. 1. FlightSafety international.
- Leplus-Habeck, Guillaume. 2012. « MODÉLISATION DE L'AÉRONEF CESSNA CITATION X SUR LE SIMULATEUR DE VOL ». Laboratoire de recherche en commande active, avionique et en aéroserveoélasticité.
- Jackson, Paul. 2003. « Jane's All The World's Aircraft 2003–2004' ». Coulsdon, UK: Jane's Information Group, 2003 ». ISBN 0-7106-2537-5.
- Khrif. 2010. « Cour Fly By Wire ».

- Nelson, Robert C. 1998. *Flight stability and automatic control*. Vol. 2. WCB/McGraw Hill.
- Oza, AMIT RAMESH. 2009. « A GENERIC METHODOLOGY FOR FLIGHT TEST AND SAFETY EVALUATION AT CONCEPTUAL DESIGN ». The University of Texas at Arlington.
- Popescu, Dumitru. 2009. « Nouvelle implémentation de la procédure DATCOM pour le calcul des coefficients aérodynamiques et des dérivées de stabilité dans le domaine subsonique de vol ». École de technologie supérieure. <<http://espace.etsmtl.ca/74/>>.
- Raymer, Daniel P. 2006. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. 4^e éd. AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast. <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1209767>>.
- Roskam, Jan. 2003a. *Part V: Component Weight Estimation*. DARcorporation. <<http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=bJlZ4mKf1EkC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Dr.+Jan+Roskam+Airplane+Design&ots=AVjqzBMG5&sig=WdbLvBunoUmLV o8YyS1OV9pIWgc>>.
- Roskam, Jan. 2003b. « Airplane Design: Part I-VIII ». *DARcorporation, Lawrence, KS V*.
- « Simulateur de vol ». 2014. *Wikipédia*. <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Simulateur_de_vol&oldid=103950656>.
- Ugural, Ansel C. 2007. *Mechanics of Materials*. 1 edition. Hoboken, NJ: Wiley.

BIBLIOGRAPHIE

- Ardema, Mark D., Mark C. Chambers, Anthony P. Patron, Andrew S. Hahn, Hirokazu Miura, et Mark D. Moore. 1996. « Analytical fuselage and wing weight estimation of transport aircraft ». *NASA Technical Memorandum* 110392. <http://www.nttrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.nttrs.nasa.gov/19960025262_1996051336.pdf>.
- Hale, Francis Joseph. 2005. « Aircraft Performance and Design ».
- Lombardo, David A. 2004. « Taking training outside the (simulator) box ». *Aviation International News*. <http://www.ainonline.com/sites/ainonline.com/files/fileadmin/template/main/pdfs/Simulator_Training_Report_AIN.pdf>.
- Boynton, Richard. « HOW TO CALCULATE MASS PROPERTIES (An Engineer's Practical Guide) ». Space Electronics, Inc.
- Powers, Sheryll Goecke, et Lannie D. Webb. 1997. Flight wing surface pressure and boundary-layer data report from the f-111 smooth variable-camber supercritical mission adaptive wing. Citeseer.
- Sadraey, Mohammad H. 2012. *Aircraft Design: A Systems Engineering Approach*. Vol. 71. John Wiley & Sons. <<http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=HX3X8UkvfS4C&oi=fnd&pg=PR1&dq=CHAPTER+4+-+WEIGHTAND+BALANCE+AND+AIRPLANE+PERFORMANCE&ots=1ySurSR2WP&sig=eulksWL9XSEE7wZV3AQ77-ebD4I>>.
- Aircraft Weight and Balance Handbook: FAA-H-8083-1A. 2007. FAA. <http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=_kJdRe3VdbIC&oi=fnd&pg=PT1&dq=FAA-H-8083-1A&ots=nZ_6BSWLHT&sig=FPkWwV4sFkP6Br7qTgkqsxkPI4M>.
- Raisinghani, Mahesh, Mohammed Chowdhury, Chris Colquitt, Pedro M. Reyes, Nilofar Bonakdar, Joseph Ray, et Jose Robles. 2005. « Distance Education in the Business Aviation Industry: Issues and Opportunities ». *International Journal of Distance Education Technologies* 3 (1): 20-43. doi:10.4018/jdet.2005010102.
- Cook, Michael V. 2012. *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. Butterworth-Heinemann. <http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=VqXcQb8CaAQC&oi=fnd&pg=PP2&dq=cook+2007+flight+dynamic+s+principle&ots=5A_nPjXf-9&sig=nHNyKwQRtMddqqhb9NMjeiQiXZM>.
- Walgemoed, H. 1995. « FLIGHT ENVELOPE ». *Introduction to Flight Test Engineering*. <<http://www.multiplyleadership.com/blog/wp-content/uploads/2012/09/Introduction-to-Flight-Test-Engineering-AGARD-Flight-Test-Techniques-Series.pdf#page=147>>.

- De Mattos, Bento Silva. 2009. « Miscellaneous for Exams ». <<http://www.aer.ita.br/~bmattos/download/apendice.pdf>>.
- Jensen, J. 2006. « 2006 Aerospace Acronym Guide ». *AVIONICS MAGAZINE* 30 (12): 22.
- Rohacs, Dániel. 2007. « Non-Linear Prediction Model for the European Small Aircraft Accessibility for 2020 ». PhD Thesis, EUROCONTROL, BUTE. <http://www.omikk.bme.hu/collections/phd/Kozlekedesmernoki_Kar/2007/Rohacs_Daniel/ertekezes.pdf>.
- Liebeck, R. H. 2004. « Design of the Blended Wing Body Subsonic Transport ». *Journal of Aircraft* 41 (1): 10-25. doi:10.2514/1.9084.
- Sobieczky, Helmut. 1999. « Parametric Airfoils and Wings ». In *Recent Development of Aerodynamic Design Methodologies*, édité par Kozo Fujii et George S. Dulikravich, 71-87. Notes on Numerical Fluid Mechanics (NNFM) 65. Vieweg+Teubner Verlag. <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-322-89952-1_4>.
- Tischler, Mark B. 1996. *Advances in aircraft flight control*. CRC Press. <<http://books.google.fr/books?hl=fr&lr=&id=DbUhEnlI3OkC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Chapter+12+%E2%80%93+FLIGHT+ENVELOPE&ots=dbpfy55veZ&sig=WJFYsM1FFkjAayldXdRT37dGht8>>.
- Balaraman, Swaminathan, J. Shanmugam, P. Natarajan, et S. Thambiurai. 2009. « Magnetic attitude control for a spinning spacecraft with cross product of inertia ». In *Aerospace conference, 2009 IEEE*, 1–7. IEEE. <http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=4839584>.